

Trigonométrie : Valeurs associées

Trouve y si $x=$

Avant de remplacer y par une valeur

Trouve x si $y=$ version sinus

Trouve x si $y=$ version cosinus

Trouve y si x=

Une fois le x remplacé par une valeur numérique, il ne s'agit que de suivre la priorité des opérations pour trouver la solution.

Attention! Au moment de faire le sin ou le cos, tu dois t'assurer que ta calculer soit en RAD (radians) et non en DEG (degrés)...

Exemple

Soit $f(x) = 5 \cos \frac{\pi}{10}(x-8) + 12$. Évalue $f(30)$...

Calculs

$$f(30) = 5 \cos \frac{\pi}{10}(30-8) + 12$$

$$\rightarrow f(30) = 5 \cos \frac{\pi}{10}(22) + 12$$

$$\rightarrow f(30) = 5 \cos \frac{22\pi}{10} + 12$$

$$\rightarrow f(30) = 5 \cos 6,9115 + 12$$

$$\rightarrow f(30) = 5 \cdot 0,8090 + 12$$

$$\rightarrow f(30) = 4,0451 + 12 = 16,0451$$

Avant de remplacer y par une valeur

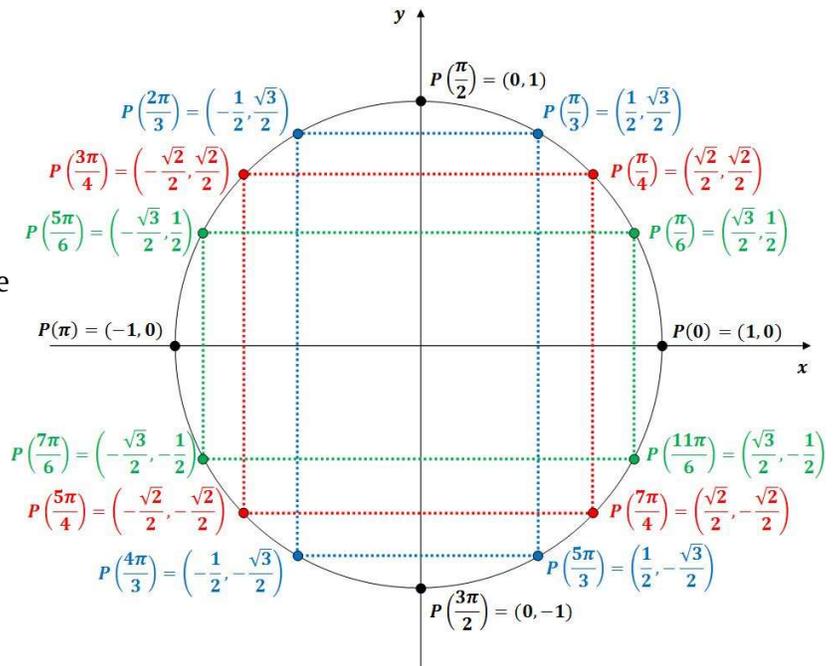
Que vaut θ si $\sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$?

On sait que $\sin \theta = y$ du couple...
 En regardant les valeurs des points de notre cercle trigonométrique, on observe qu'il y a deux valeurs de θ qui vérifient cette équation...

$$\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{et} \quad \sin \frac{2\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Ainsi, $\theta = \frac{\pi}{3}$ et $\theta = \frac{2\pi}{3}$ seraient les solutions de $\sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Si on observe la somme de ces deux solutions, on trouve une valeur de π . Il en serait de même pour tout autre hauteur dans le cercle trigonométrique!



Exemple pour sin

Trouve θ sachant que $\sin \theta = 0,4$.

Si $\sin \theta = 0,4$ alors $\sin^{-1} 0,4 = 0,4115$ (n'oublies pas que ta calculatrice doit être en radians!).

$\theta = 0,4115$ serait notre première solution.

Notre deuxième solution serait $\pi - 0,4115 = 2,7301$

Les deux solutions de $\sin \theta = 0,4$ sont donc $\theta = 0,4115$ et $\theta = 2,7301$

Il y a un principe semblable pour cosinus mais, plutôt que π , la somme des deux angles seraient 2π

Exemple pour cos

Si $\cos \theta = 0,78$ alors $\cos^{-1} 0,78 = 0,6761$ (ta calculatrice doit être en radians!).

$\theta = 0,6761$ serait notre première solution.

Notre deuxième solution serait $2\pi - 0,6761 = 6,9593$

Les deux solutions de $\sin \theta = 0,4$ sont donc $\theta = 0,6761$ et $\theta = 6,9593$

En résumé...

Pour sinus

Le \sin^{-1} donne θ et on trouve l'autre angle par $\pi - \theta$

Pour cosinus

Le \cos^{-1} donne θ et on trouve l'autre angle par $2\pi - \theta$

Trouve x si y=

Exemple pour sinus

Soit $f(x) = 12 \sin \frac{\pi}{4}(x-8) + 7$. Trouve x si $f(x) = 10$

Étape 1 : trouve les deux premiers x

$$10 = 12 \sin \frac{\pi}{4}(x-8) + 7 \rightarrow 3 = 12 \sin \frac{\pi}{4}(x-8) \rightarrow 0,25 = \sin \frac{\pi}{4}(x-8)$$

$$\theta : \theta = \sin^{-1} 0,25 = 0,2527$$

$$0,2527 = \frac{\pi}{4}(x-8) \rightarrow 1,0107 = \pi(x-8) \rightarrow 0,3217 = x-8 \rightarrow x = 8,3217$$

$$\text{ou } \pi - \theta : \pi - \theta = \pi - 0,2527 = 2,8889$$

$$2,8889 = \frac{\pi}{4}(x-8) \rightarrow 11,5556 = \pi(x-8) \rightarrow 3,6783 = x-8 \rightarrow x = 11,6783$$

Étape 2 : Trouve la période

$$\text{Période} = \frac{2\pi}{|b|} \rightarrow \text{Période} = \frac{2\pi}{\left(\frac{\pi}{4}\right)} \rightarrow \text{Période} = 2\pi \cdot \left(\frac{4}{\pi}\right) \rightarrow \text{Période} = 8$$

Étape 3 : Détermine l'ensemble solution (la génératrice...)

$$\{x \in \mathbb{R} \mid x = 8,3217 + 8n \cup x = 11,6783 + 8n \mid n \in \mathbb{Z}\}$$

Trouve x si y=

Exemple pour cosinus

Soit $f(x) = -20 \cos \frac{\pi}{5}(x+7) + 50$. Trouve x si $f(x) = 60$

Étape 1 : trouve les deux premiers x

$$60 = -20 \cos \frac{\pi}{5}(x+7) + 50 \rightarrow 10 = -20 \cos \frac{\pi}{5}(x+7) \rightarrow -0,5 = \cos \frac{\pi}{5}(x+7)$$

$$\theta : \theta = \cos^{-1} -0,5 = 2,0944$$

$$2,0944 = \frac{\pi}{5}(x+7) \rightarrow 10,4720 = \pi(x+7) \rightarrow 3,3333 = x+7 \rightarrow x = -3,6667$$

$$\text{ou } 2\pi - \theta : 2\pi - \theta = 2\pi - 2,0944 = 4,1888$$

$$4,1888 = \frac{\pi}{5}(x+7) \rightarrow 20,9440 = \pi(x+7) \rightarrow 6,6667 = x+7 \rightarrow x = -0,3333$$

Étape 2 : Trouve la période

$$\text{Période} = \frac{2\pi}{|b|} \rightarrow \text{Période} = \frac{2\pi}{\left(\frac{\pi}{5}\right)} \rightarrow \text{Période} = 2\pi \cdot \left(\frac{5}{\pi}\right) \rightarrow \text{Période} = 10$$

Étape 3 : Détermine l'ensemble solution (la génératrice...)

$$\{x \in \mathbb{R} \mid x = -3,6667 + 10n \cup x = -0,3333 + 10n \mid n \in \mathbb{Z}\}$$