

Produit d'un scalaire (un nombre) et d'un vecteur

page 1 Opération en forme géométrique et en forme cartésienne

page 2 Base vectorielle

Exercices 25 à 28 + 41 à 46

Opération en forme géométrique et en forme cartésienne

Forme géométrique

La résultante d'un vecteur multiplié par un scalaire est un vecteur avec la même orientation mais avec une norme égale à la norme initiale multipliée par le scalaire.

Exemple

Soit \vec{v} : $\|\vec{v}\|=14$ et $\theta=75^\circ$. Trouve \vec{r} si $\vec{r}=8\cdot\vec{v}$

Démarche

Nouvelle norme $=8\cdot 14=112$

Donc... \vec{r} : $\|\vec{r}\|=112$ et $\theta=75^\circ$

Forme cartésienne

Soit $\vec{v}(a;b)$. Si $\vec{r}=k\cdot\vec{v}$ alors $\vec{r}(k\cdot a;k\cdot b)$.

Exemple

Soit $\vec{v}(-4;10)$. Si $\vec{r}=6\cdot\vec{v}$, détermine les composantes du \vec{r} .

Démarches

$$\vec{r}=6\cdot\vec{v} \rightarrow \vec{r}=6\cdot(-4;10) \rightarrow \vec{r}(-24;60)$$

Base vectorielle

Définition

Deux vecteurs, dans un plan, qui peuvent engendrer n'importe quel autre vecteurs.

Condition: Pour former une base vectorielle, les deux vecteurs ne peuvent pas être colinéaires (parallèles).

Base vectorielle élémentaire

Les vecteurs $\vec{i}(1;0)$ et $\vec{j}(0;1)$ forment la base vectorielle élémentaire. Le $\vec{i}(1;0)$ peut, en le multipliant par un scalaire, générer n'importe quel valeur de composante horizontale; il en va de même pour le $\vec{j}(0;1)$ et la composante verticale.

Exemple

Exprime le $\vec{v}(-5;8)$ comme étant une combinaison linéaire de la base vectorielle élémentaire.

Réponse... $\vec{v} = -5 \cdot \vec{i} + 8 \cdot \vec{j}$

Base vectorielle non élémentaire

Exemple

Soit $\vec{v}(4;6)$ et $\vec{w}(-5;8)$ deux vecteurs formant une base vectorielle. Exprime $\vec{r}(38;26)$ comme étant une combinaison linéaire de cette base vectorielle.

Démarche

On doit donc trouver les scalaires a et b tels que... $\vec{r} = a \cdot \vec{v} + b \cdot \vec{w}$

Étape 1 Écrire l'équation purement horizontale et l'équation purement verticale.

Équation horizontale $38 = 4a - 5b$

Équation verticale $26 = 6a + 8b$

Étape 2 Résoudre le système d'équations (comparaison, substitution ou réduction)

Par substitution...

Équation horizontale $38 = 4a - 5b \rightarrow 5b = 4a - 38 \rightarrow b = 0,8a - 7,6$

En substituant... $26 = 6a + 8 \cdot (0,8a - 7,6) \rightarrow 26 = 6a + 6,4a - 60,8 \rightarrow 86,8 = 12,4a \rightarrow a = 7$

En remplaçant le a par 7 ... $38 = 4 \cdot 7 - 5b \rightarrow 38 = 28 - 5b \rightarrow 10 = -5b \rightarrow b = -2$

Réponse... La combinaison linéaire est $\vec{r} = 7 \cdot \vec{v} - 2 \cdot \vec{w}$