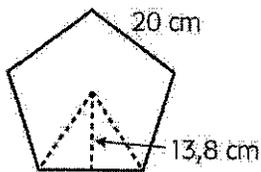


3. Voici un pentagone régulier.



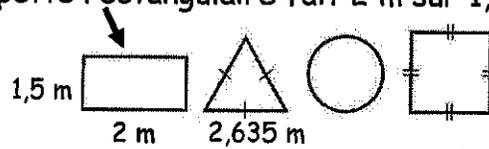
a) Quel est le périmètre d'un carré équivalent à ce pentagone?

Réponse : 105,08 cm

b) Quel est le périmètre d'un cercle équivalent à ce pentagone?

Réponse : 93,12 cm

4. Un tisserand fabrique des carpettes. Tous les modèles de carpettes ci-contre sont équivalents. La carpeite rectangulaire fait 2 m sur 1,5 m.



- a) Quel modèle de carpeite a le plus petit périmètre? Cercle
- b) Quel est le périmètre de cette carpeite?

Réponse : 6,09 m

- c) Quel est le périmètre des 2 autres modèles de carpeite?

Réponse du carre : 0,69 dam

Réponse du triangle : 0,79 dam

5. Karen veut construire une plate-forme en bois dans sa cour pour y installer une table à pique-nique. Elle a fait les plans d'une plate-forme ayant la forme d'un hexagone régulier ayant un apothème de 3,46 m et 41,52 m² de superficie. Elle a acheté tous les matériaux pour la construire, soit le bois pour la surface de la plate-forme et une bordure métallique pour le pourtour.

Après un temps de réflexion, elle décide plutôt de construire une plate-forme carrée équivalente à son modèle initial. Karen est convaincue qu'elle a suffisamment de matériaux pour construire la nouvelle plate-forme. A-t-elle raison? Si oui, donne les dimensions de la plate-forme carrée. Sinon, quelle quantité de matériaux lui manque-t-il?

Réponse : Non : il manque 1,76 mètres de bordure métallique

6. Un producteur de vaisselle veut tracer une ligne contrastante sur le pourtour des assiettes de son ensemble de vaisselle. Pour tracer 20 cm de cette ligne, le coût est de 0,10\$. L'assiette a la forme d'un hexagone régulier de 13,85 cm d'apothème. Le producteur veut minimiser les coûts et en ce moment, il pense à modifier la forme de son assiette. Il hésite entre une assiette de forme carré ou de forme circulaire. Le producteur souhaite que les assiettes soient équivalentes. L'aire d'une assiette est de $664,8 \text{ cm}^2$. Le producteur devrait-il modifier la forme de ses assiettes? Si oui, quel sera le coût économisé par assiette?

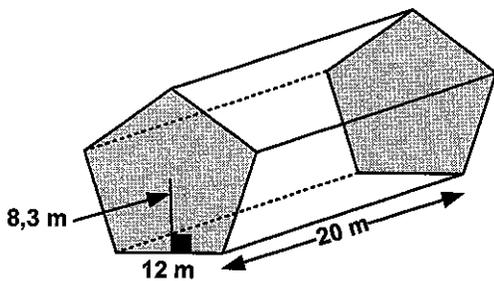
Réponse : forme choisie : circulaire économie : 0,02 \$

6. Rappel : l'aire et le volume des solides

L'aire d'un solide

- L'aire totale d'un solide correspond à la surface de toutes les faces qui forment l'enveloppe du solide.
- L'aire latérale d'un solide correspond à la surface de toutes les faces qui forment l'enveloppe du solide, sauf la ou les bases.

Exemple 1: Calcule l'aire totale de ce prisme



Aire base :

$$AB = \frac{n \cdot c \cdot a}{2}$$

$$AB = \frac{5 \cdot 12 \cdot 8,3}{2}$$

Aire latérale :

$$AL = PB \cdot h$$

$$AL = (12 \cdot 5) \cdot 20$$

$$AL = 60 \cdot 20$$

$$\underline{AB = 249 \text{ m}^2}$$

$$\underline{AL = 1200 \text{ m}^2}$$

Aire totale :

$$AT = AL + 2 \cdot AB$$

$$AT = 1200 + 2 \cdot 249$$

$$\underline{AT = 1698 \text{ m}^2}$$

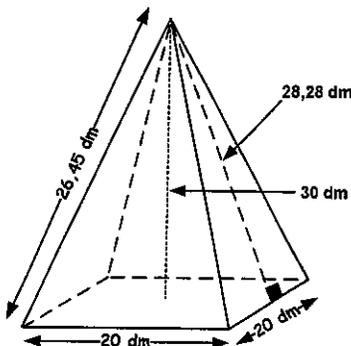
$$AT = 1200 + 498$$

$$AT = 1698$$

Le volume d'un solide

- Le volume est la mesure de l'espace qui est occupé par un solide.

Exemple : Calcule le volume de ce solide



$$V = \frac{AB \cdot h}{3}$$

$$V = \frac{20^2 \cdot 30}{3}$$

$$V = 4000$$

* base : carré

$$A = c^2$$

Réponse : 4000 dm³

Les unités de volume

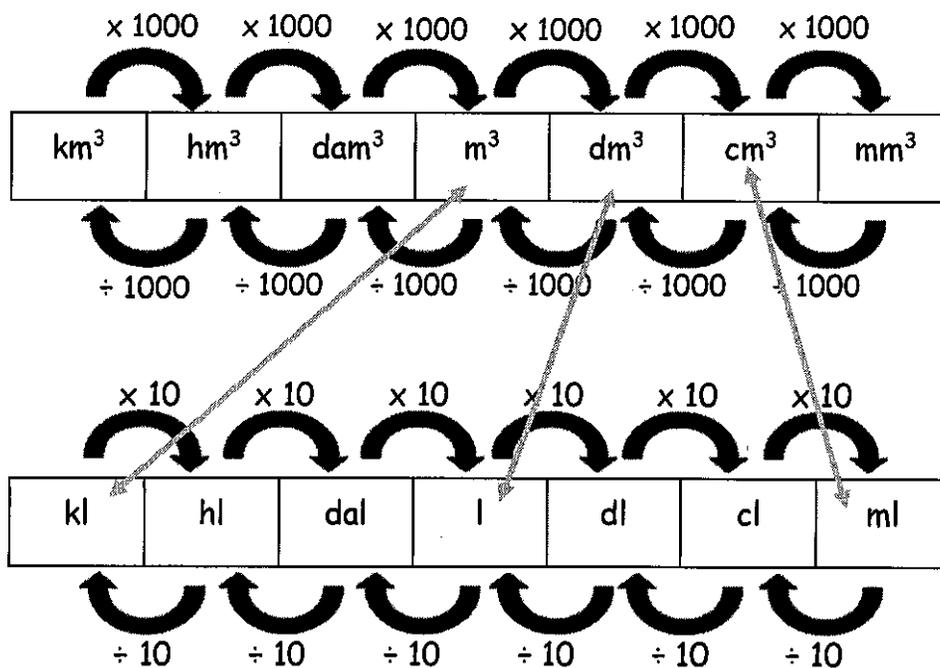
- Lorsqu'on veut le volume d'un solide on exprime les unités de volume en m³.
- Lorsqu'on veut le volume d'un liquide on exprime les unités de volume en litre.

Conversion entre les unités de volume et de capacité

$$1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ ml}$$

$$1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ l}$$

$$1 \text{ m}^3 = 1 \text{ kl}$$



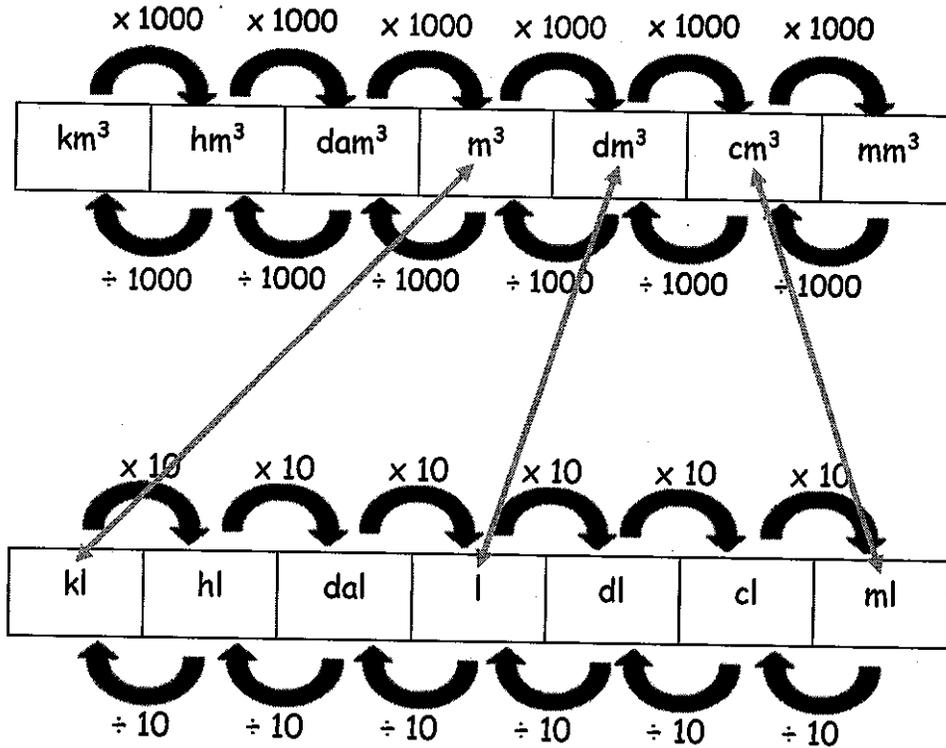
Exemples :

Convertis les mesures suivantes :

a) 349,34 dl = 34 934 000 mm³

b) 0,005 hm³ = 500 000 dal

Exercices :



1. Convertis les mesures suivantes :

a) $354 \text{ hm}^3 = \underline{3\ 540\ 000\ 000} \text{ hl}$

d) $67,98 \text{ hm} = \underline{6\ 798} \text{ m}$

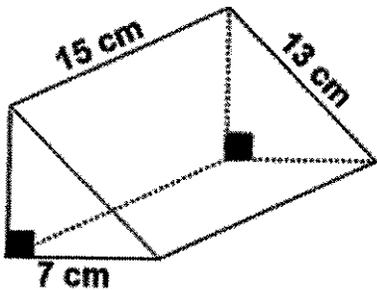
b) $56,98 \text{ hm} = \underline{569\ 800} \text{ cm}$

e) $4,89 \text{ km}^2 = \underline{48\ 900\ 000\ 000} \text{ cm}^2$

c) $4576,8 \text{ km}^2 = \underline{457\ 680} \text{ hm}^2$

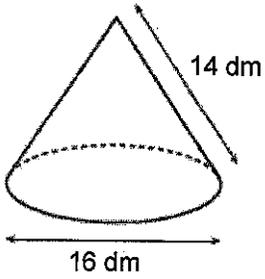
f) $6,07 \text{ dm}^3 = \underline{60,7} \text{ dl}$

2. Calcule le volume du solide suivant et donne ta réponse en mm^3 .



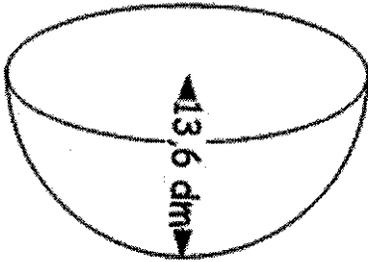
Réponse : $\underline{574\ 880 \text{ mm}^3}$

3. Trouve le volume de ce cône en m^3 .



Réponse : 0,77 m^3

4. Quelle quantité de liquide (en ml) peut-on mettre dans ce bol ?



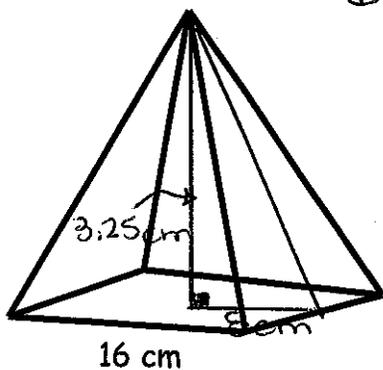
Réponse : 5 268 300 ml

10. Recherche de mesures manquantes dans les solides

Lorsque l'on connaît l'aire ou le volume d'un solide, il est possible de retrouver certaines mesures manquantes de ce solide. Pour retrouver des mesures manquantes, il doit y avoir une seule inconnue dans l'équation.

Exemple 1:

Cette pyramide à base carrée a un volume de 277 cm^3 . Quelle est la mesure de l'apothème de cette pyramide?



$$\textcircled{1} V = \frac{AB \cdot h}{3}$$

$$3 \cdot 277 = \frac{16^2 \cdot h}{3} \cdot 3$$

$$831 = 256 \cdot h$$

$$\div 256 \quad \div 256$$

$$3,25 = h$$

$$\textcircled{2} a^2 + b^2 = c^2$$

$$8^2 + 3,25^2 = c^2$$

$$64 + 10,56 = c^2$$

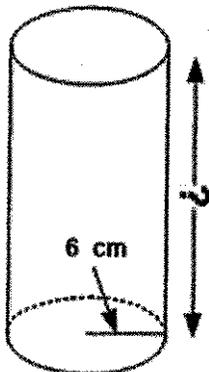
$$\sqrt{74,56} = \sqrt{c^2}$$

$$8,63 = c$$

Réponse : 8,63 cm

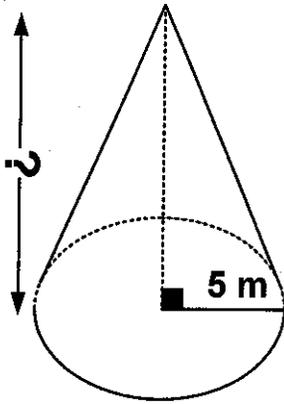
Exercices :

1. Quelle est la mesure de la hauteur d'un cylindre dont le volume est de $1244,07 \text{ cm}^3$ et dont le rayon mesure 6 cm ?



Réponse : 11 cm

2. Quelle est la mesure de la hauteur d'un cône dont l'aire totale est de $329,86 \text{ m}^2$ et dont le rayon mesure 5 m ?



Réponse : 15,2 m

3. Quelle est la mesure du diamètre d'une sphère dont le volume est $1436,7 \text{ dm}^3$?

Réponse : 14 dm

4. Quelle est la mesure du rayon d'un cône, en m, dont la hauteur est de $6,2 \text{ dam}$ dont le volume est de $19\,600 \text{ kl}$?

Réponse : 17,37 m

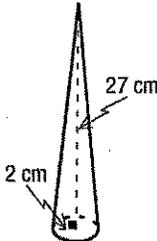
8. Les solides équivalents

On dit de 2 solides qu'ils sont équivalents lorsqu'ils ont le même volume et ce, peu importe leur forme.

Exemple :

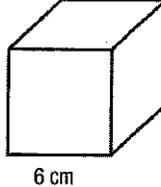
Parmi les solides suivants, lesquels sont équivalents?

a) Cône circulaire droit



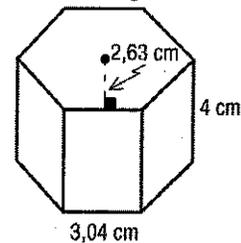
$$\begin{aligned} V &= \pi r^2 h \\ &= \pi \cdot 2^2 \cdot 27 \\ &= 113,10 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

b) Cube



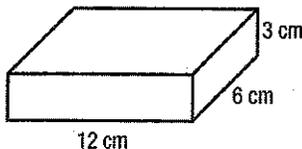
$$\begin{aligned} V &= c^3 \\ &= 6^3 \\ &= 216 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

c) Prisme régulier à base hexagonale



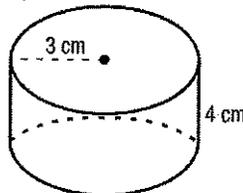
$$\begin{aligned} AB &= \frac{c \cdot a \cdot h}{2} \\ &= \frac{3,04 \cdot 2,63 \cdot 6}{2} \\ &= 23,99 \text{ cm}^2 \\ V &= AB \cdot h \\ &= 23,99 \cdot 4 \\ &= 95,96 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

d) Prisme droit à base circulaire



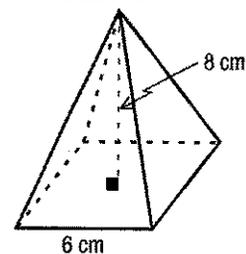
$$\begin{aligned} V &= AB \cdot h \\ &= 12 \cdot 6 \cdot 3 \\ &= 216 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

e) Cylindre circulaire droit



$$\begin{aligned} V &= \pi r^2 h \\ &= \pi \cdot 3^2 \cdot 4 \\ &= 113,10 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

f) Pyramide régulière à base carrée

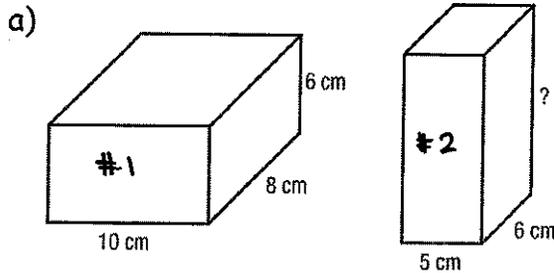


$$\begin{aligned} AB &= c^2 \\ &= 6^2 \\ &= 36 \text{ cm}^2 \\ V &= \frac{AB \cdot h}{3} \\ &= \frac{36 \cdot 8}{3} = 96 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

Les solides équivalents sont : a et e b et d -

Exemple 2

Dans chaque cas, trouve la mesure manquante sachant que les solides sont équivalents.



1) Prisme #1

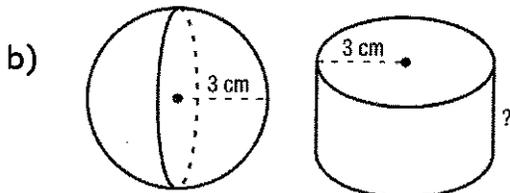
$$\begin{aligned} V &= AB \cdot h \\ &= 10 \cdot 8 \cdot 6 \\ &= 480 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

3) Prisme #2

$$\begin{aligned} V &= AB \cdot h \\ 480 &= 5 \cdot 6 \cdot h \end{aligned} \quad \rightarrow \quad \begin{array}{l} 480 = 30 \cdot h \\ \hline \div 30 \quad \div 30 \\ \hline 16 = h \end{array}$$

2) Volume prisme #1 = Volume prisme #2
car ce sont des solides équivalents.

Réponse : 16 cm



1) Boule

$$\begin{aligned} V &= \frac{4\pi r^3}{3} \\ V &= \frac{4 \cdot \pi \cdot 3^3}{3} \\ V &= 113,1 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

3) Cylindre

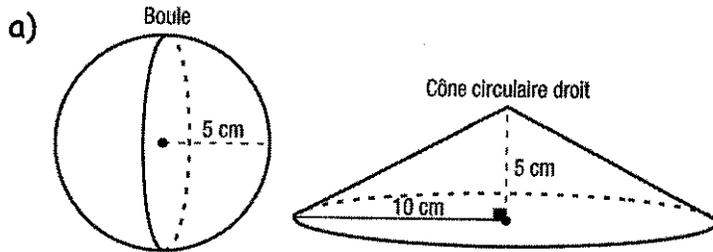
$$\begin{aligned} V &= \pi r^2 h \\ 113,10 &= \pi \cdot 3^2 \cdot h \\ 113,10 &= 28,27 \cdot h \\ \div 28,27 \quad \div 28,27 \\ 4 &= h \end{aligned}$$

2) Volume de la boule = Volume du cylindre

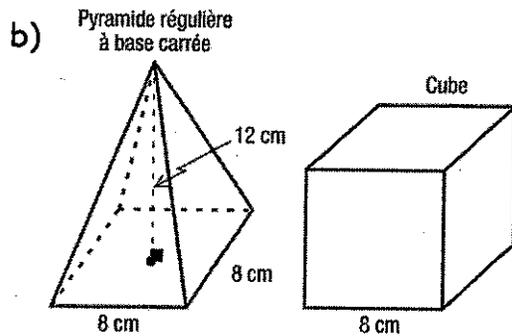
car ce sont des solides équivalents. Réponse : 4 cm

Exercices :

1. Les solides suivants sont-ils équivalents? Justifie ta réponse.



Oui, ils ont le même volume

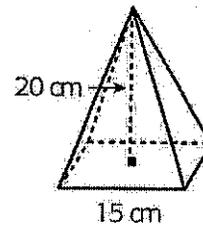


Non, ils n'ont pas le même volume

2. Quelle est la mesure d'une arête d'un cube équivalent à une boule de 5 cm de rayon ?

Réponse : 8,06 cm

3. Voici une pyramide droite à base carrée.



Parmi les solides suivants, lesquels sont équivalents, à l'unité près, à cette pyramide?

- ① Un cône droit de 15 cm de diamètre et de 20 cm de hauteur
- ② Un cube de 11,447 cm de côté
- ③ Une boule de 8,1 cm de rayon
- ④ Un prisme droit à base rectangulaire de 15 cm sur 4 cm sur 25 cm

Réponse : ② Cube et ④ Prisme

4. Deux livres ont des volumes équivalents. Les deux livres ont la forme d'un prisme droit à base rectangulaire. Le premier a une longueur de 25,4 cm, une largeur de 20,3 cm et une épaisseur de 2,5 cm. Quant au second, il fait 22,9 cm de longueur et 17,8 cm de largeur. Quelle est son épaisseur?

Réponse : 3,16 cm

5. Marjorie est une artiste qui utilise du sable coloré qu'elle dispose dans des flacons cylindriques transparents. Pour sa prochaine œuvre, elle veut utiliser tout le sable qu'elle possède. Elle possède 15 flacons rempli de sable coloré ayant la forme de cylindres droits de 6 cm de hauteur et de 4 cm de diamètre.

Quelles seront les dimensions de son oeuvre si celui-ci est:

- a) un cube?

Dimension du cube : mesure du côté = 10,42 cm

- b) une pyramide droite à base carrée dont la hauteur est de 24 cm?

Dimension de la pyramide : mesure du côté de la base = 11,89 cm

6. Un détaillant vend deux sortes de sous-plats en liège. Les deux modèles ont chacun une épaisseur de 1,5 cm. Le premier est de forme cylindrique circulaire droit et a un diamètre de 18 cm. Le second est fabriqué avec un volume de liège identique à celui utilisé pour fabriquer le premier et a la forme d'un prisme droit à base carrée. Quelle est la largeur du second sous-plat ?

Réponse : 15,95 cm

7. Une fabricante de parfums distribue présentement son produit dans des flacons en forme de pyramide droite à base rectangulaire. Le flacon contient 25 ml de parfum et sa base mesure 2 cm sur 5 cm. Pour réduire ses frais d'emballage, elle veut utiliser un prisme droit de même volume. Si les dimensions de la base du prisme sont deux fois plus petites que celles de la base de la pyramide, quelle est l'aire du carton qu'elle doit prévoir pour emballer le nouveau flacon ?

Réponse : 75 cm²

8. Au moment d'acheter une corbeille pour sa salle de bain, une cliente hésite entre 3 modèles de 2 dm de hauteur et de même volume. Le premier modèle, de forme cylindrique, a un diamètre de 24 cm. Le deuxième modèle est en forme de prisme régulier à base carrée et le troisième est en forme de cône régulier. Quel modèle pourra être placé entre la cuvette des toilettes et le mur de la salle de bain si la distance entre les deux est de 21 cm ?

Diamètre modèle #1 : 24 cm

Diamètre modèle #2 : 21,27 cm

Diamètre modèle #3 : 41,56 cm

Réponse : Aucun

9. Wayne fabrique des poubelles de plastique. La dernière poubelle produite, ayant la forme d'un cylindre droit, fait 90 cm de haut et a une capacité de 140 L.

a) Détermine l'aire de plastique nécessaire pour fabriquer cette poubelle, sachant que le couvercle n'est pas en plastique.

Réponse : 14 137,36 cm²

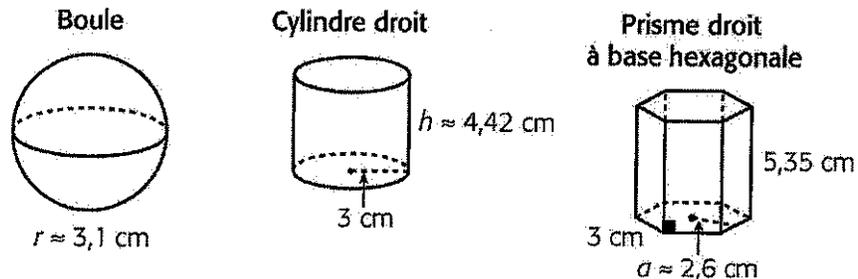
b) Le couvercle est fait d'aluminium et a la forme d'une demi-boule qui a exactement le même diamètre que la poubelle. Quelle est l'aire d'aluminium nécessaire pour fabriquer ce couvercle?

Réponse : 3110,57 cm²

9. Optimisation dans les solides équivalents

Cas 1 : Il y a une boule parmi les solides équivalents

Soient les 3 solides suivants :



Pour chacun de ces solides, calcule le volume et l'aire totale.

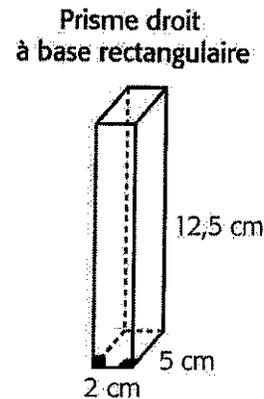
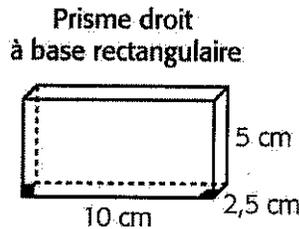
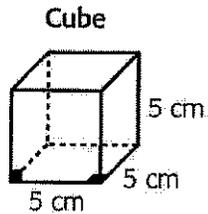
Solide	Boule	Cylindre	Prisme
Volume à l'unité près	$V = \frac{4\pi r^3}{3}$ $V = \frac{4\pi \cdot 3,1^3}{3}$ $V = 125 \text{ cm}^3$	$V = \pi r^2 h$ $V = \pi \cdot 3^2 \cdot 4,42$ $V = 125 \text{ cm}^3$	$V = AB \cdot h$ $V = \frac{nca}{2} \cdot h$ $V = \frac{6 \cdot 3 \cdot 2,6}{2} \cdot 5,35$ $V = 125 \text{ cm}^3$
Aire totale	$AT = 4\pi r^2$ $AT = 4\pi \cdot 3,1^2$ $AT = 120,76 \text{ cm}^2$	$AT = 2\pi rh + 2 \cdot \pi r^2$ $AT = 2\pi \cdot 3 \cdot 4,42 + 2 \cdot \pi \cdot 3^2$ $AT = 83,32 + 56,55$ $AT = 139,87 \text{ cm}^2$	$AT = PB \cdot h + 2 \cdot \frac{nca}{2}$ $AT = (3 \cdot 6) \cdot 5,35 + 2 \cdot \frac{6 \cdot 3 \cdot 2,6}{2}$ $AT = 96,3 + 46,8$ $AT = 143,1 \text{ cm}^2$

On peut donc conclure que :

De tous les solides équivalents, c'est la boule qui a la plus petite aire.

Cas 2 : Les solides équivalents sont tous des prismes à base rectangulaire. (NB : le cube fait partie de la famille des prismes à base rectangulaire)

Soient les 3 prismes à base rectangulaire suivants :



Pour chacun de ces prismes, calcule le volume et l'aire totale.

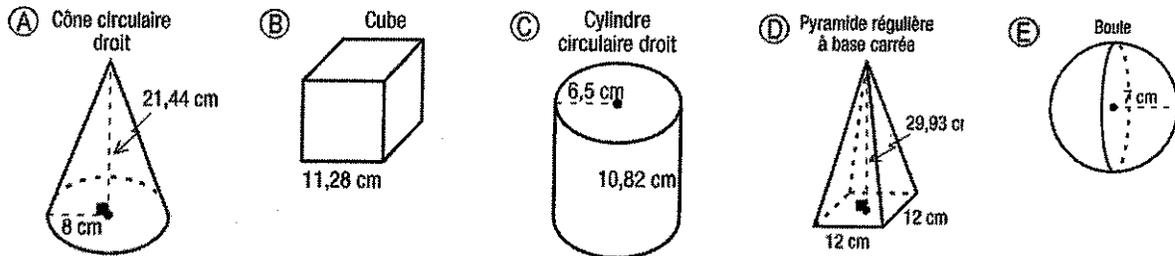
Prisme	Cube : 1 ^{er} prisme droit à base rectangulaire	2 ^e prisme droit à base rectangulaire	3 ^e prisme droit à base rectangulaire
Volume	$V = c^3$ $V = 5^3$ $V = 125 \text{ cm}^3$	$V = AB \cdot h$ $V = 10 \cdot 2,5 \cdot 5$ $V = 125 \text{ cm}^3$	$V = AB \cdot h$ $V = 2 \cdot 5 \cdot 12,5$ $V = 125 \text{ cm}^3$
Aire totale	$AT = 6 \cdot c^2$ $AT = 6 \cdot 5^2$ $AT = 150 \text{ cm}^2$	$AT = AL + 2 \cdot AB$ $AT = PB \cdot h + 2 \cdot AB$ $AT = (10 + 2,5) \cdot 2 \cdot 5 + 2 \cdot (10 \cdot 2,5)$ $AT = 125 + 50$ $AT = 175 \text{ cm}^2$	$AT = AL + 2 \cdot AB$ $AT = PB \cdot h + 2 \cdot AB$ $AT = (5 + 2) \cdot 2 \cdot 12,5 + 2 \cdot (5 \cdot 2)$ $AT = 175 + 20$ $AT = 195 \text{ cm}^2$

On peut donc conclure que :

De tous les prismes à base rectangulaire équivalents, c'est le cube qui a la plus petite aire.

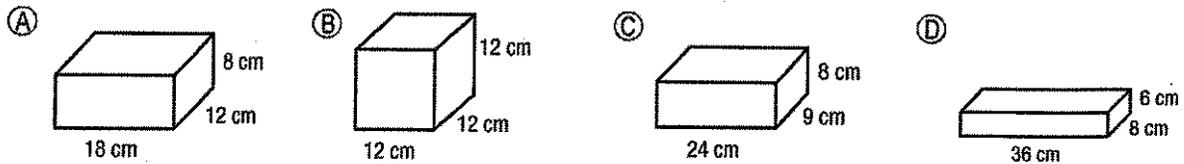
Exercices :

1. Les solides ci-dessous sont équivalents.



Quel est le solide qui a la plus petite aire? Boule (E)

2. Les solides ci-dessous sont équivalents.



Quel est le solide qui a la plus petite aire? Cube (B)

3. Parmi les paires de solides équivalents suivantes, quel solide a la plus petite aire ?

a) Cube et prisme à base rectangulaire : Cube

b) Boule et cône : Boule

c) Cube et boule : Boule

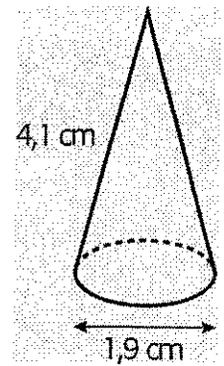
4. Une entreprise fabrique des éponges. En ce moment, l'éponge a la forme d'un prisme de 10 cm de longueur, 6 cm de largeur et 3 cm d'épaisseur. La compagnie veut modifier la forme de l'éponge tout en conservant le même volume. Détermine la forme et les dimensions de l'éponge ayant la plus petite surface possible.

Réponse : Forme : Boule Dimensions : rayon = 3,5 cm

5. Une entreprise spécialisée dans la production de chocolats cherche une solution optimale pour l'emballage de l'un de ses chocolats. Ces chocolats ont la forme d'un prisme rectangulaire et mesurent 1,5 cm de largeur sur 9 cm de longueur sur 1 cm de hauteur. L'entreprise veut modifier la forme des chocolats afin d'avoir un emballage dont l'aire sera minimale. Toutefois, l'entreprise veut continuer à offrir la même quantité de chocolat à ses clients et veut conserver une forme prismatique. Si l'emballage se vend 0,03\$ par cm^2 , quel sera la nouvelle forme des chocolats et quel sera le coût du nouvel emballage?

Réponse : Forme : Cube Coût : 1,02 \$

6. Pour fabriquer un pendentif, un orfèvre fait fondre une vieille pièce en or ayant la forme d'un cône droit. Voici une représentation de la pièce en or. L'orfèvre souhaite utiliser la totalité de l'or contenu dans la pièce pour fabriquer le nouveau pendentif, tout en s'assurant que l'aire du pendentif soit la plus petite possible. Détermine la forme et l'aire du nouveau pendentif.



Réponse : Forme : Boule Aire : 11,82 cm²

7. Un artiste excentrique souhaite fabriquer une structure pouvant contenir 80 litres de liquide coloré. Détermine l'aire minimale, en cm² d'un contenant pouvant contenir tout le liquide coloré.

Réponse : 8 978,58 cm²

8. Une fabricante veut changer le format de ses emballages. Présentement, elle offre son produit dans des boîtes en forme de prisme rectangulaire mesurant 22,5 cm de longueur sur 10,5 cm de largeur sur 7 cm de hauteur. La fabricante veut réduire au maximum l'aire totale de la boîte mais elle veut conserver sa forme prismatique et elle veut avoir la même quantité de produit dans chacune des boîtes. Le carton se vend 0,15\$ par 50 cm². Quelle sera la forme de la nouvelle boîte? Quel sera le coût de la nouvelle boîte?

Réponse : Forme : Cube Coût : 2,52 \$

9. Margot a un morceau de caramel ayant la forme d'un prisme droit à base rectangulaire de 40 cm sur 25 cm sur 5 mm. Elle veut modifier la forme de son caramel pour utiliser le moins de papier possible pour l'emballer. Quelle sera l'aire du morceau de caramel transformé?

Réponse : 304,19 cm²

10. Une entreprise spécialisée dans la production de pain produit un pain ayant la forme d'un prisme à base carrée. L'épaisseur de chacun des pains est de 20 cm et le volume est de 2000 cm^3 . Cette entreprise veut réduire la superficie de ses emballages tout en continuant d'offrir la même quantité de pain à ses clients. Afin de répondre à cette contrainte, la forme du pain sera donc modifiée. L'entreprise veut que le nouveau pain ait la forme d'un prisme. Le plastique se vend 0,01\$ par 15 cm^2 . Quel sera la nouvelle forme du pain et quel sera le coût sauvé par emballage?

Réponse : Forme : cube Économies : 0,03\$