

Nom : _____

Mathématique 5TS et 5SN

Cahier d'exercices
Vecteurs

Définition et propriétés

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☐ 11 ☐ 12 ☐ 13 ☐

Addition et soustraction

14 ☐ 15 ☐ 16 ☐ 17 ☐ 18 ☐ 19 ☐ 20 ☐ 21 ☐ 22 ☐ 23 ☐ 24 ☐

Multiplication

25 ☐ 26 ☐ 27 ☐ 28 ☐ 29 ☐ 30 ☐ 31 ☐ 32 ☐ 33 ☐

34 ☐ 35 ☐ 36 ☐ 37 ☐ 38 ☐ 39 ☐ 40 ☐ 41 ☐

Base vectorielle

42 ☐ 43 ☐ 44 ☐ 45 ☐ 46 ☐

Résultats importants

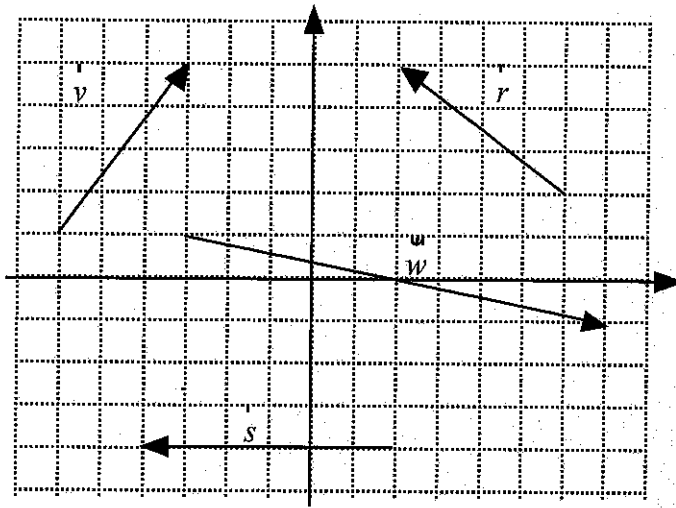
47 ☐ 48 ☐ 49 ☐ 50 ☐

Tu dois avoir fait 80% de ces numéros pour avoir accès à l'examen.

Date de l'examen : _____

Vecteurs : norme et composante

1. Détermine les composantes et la norme de chacun des vecteurs illustrés ci-dessous.



a) $\vec{v} : (3, 4)$ et $\|\vec{v}\| = 5$

b) $\vec{w} : (10, -2)$ et $\|\vec{w}\| = 10,1980$

c) $\vec{r} : (-4, 3)$ et $\|\vec{r}\| = 5$

d) $\vec{s} : (-6, 0)$ et $\|\vec{s}\| = 6$

2. Détermine la norme de chacun des vecteurs suivants :

a) $\vec{v} (5, 8)$ 9,4340

b) $\vec{w} (-12, 3)$ 12,3693

3. Connaissant les coordonnées des extrémités d'un vecteur, détermine ses composantes.

a) Départ $(-2, 6)$ et arrivée $(4, 10)$ $\vec{v} (6, 4)$

b) Les points $A(-8, 20)$ et $B(-4, 12)$ forment le vecteur $\overrightarrow{AB}$ $\overrightarrow{AB} (4, -8)$

c) Les points $C(3, 2)$ et $D(5, 8)$ forment le vecteur $\overrightarrow{DC}$ $\overrightarrow{DC} (-2, -6)$

Vecteurs : norme et composante

4. Soit le vecteur $\overrightarrow{AB}$ (8,12). Sachant que les coordonnées du point A sont (5,3) détermine les coordonnées du point B.

$$B (13 ; 15)$$

5. Soit le vecteur $\overrightarrow{MN}$ (20,30). Sachant que les coordonnées de N sont (10,40), détermine les coordonnées du point M.

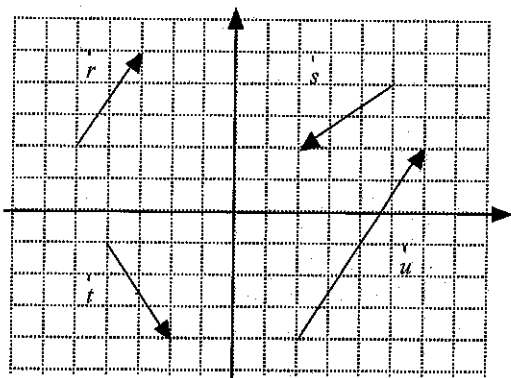
$$M (-10 ; 10)$$

6. Dans une course à relais, le premier coureur part du point A vers le point B. Au point B, un second coureur prend le relais et se dirige vers le point C. Dans un plan cartésien gradué en kilomètres, les coordonnées des points sont A(10,12), B(4,3) et C(16,2). Le troisième coureur part du point C et doit s'orienter vers le point A. Détermine l'orientation et la distance de course que ce troisième coureur doit effectuer.

$$\overrightarrow{CA} : \|\overrightarrow{CA}\| = 11,6619 \text{ km} \text{ et } \theta = 120,9638^\circ$$

Vecteur : position relative

7. Quelle est la position relative de chacune des paires de vecteurs ci-dessous?



a) $\vec{r}$ et $\vec{s}$ rien

b) $\vec{r}$ et $\vec{u}$ concourants

c) $\vec{s}$ et $\vec{t}$ orthogonaux

8. Soit les vecteurs sous forme cartésienne suivants :

$$\vec{v}(-4, -3), \vec{w}(12, 9), \vec{a}(4, 3) \text{ et } \vec{b}(-3, 4)$$

Trouve, si possible, la (les) paire(s) de vecteurs respectant chacune des qualités énumérées ci-dessous.

a) Vecteurs équipollents *Aucun*

b) Vecteurs concourants $\vec{w} = \vec{v} + \vec{a}$

c) Vecteurs opposés $\vec{v} = -\vec{a}$

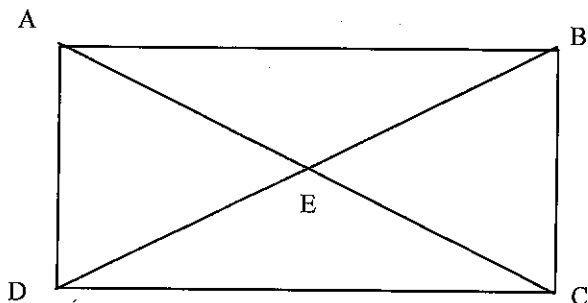
d) Vecteurs orthogonaux $\vec{v} \perp \vec{b}$, $\vec{a} \perp \vec{b}$, $\vec{w} \perp \vec{b}$

9. Les composantes des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont respectivement $(-6, 4)$ et $(4, 6)$. Le vecteur $\vec{w}$ a comme origine $A(-3, -5)$ et comme extrémité le point $B(-1, -2)$. En comparant les vecteurs deux par deux, détermine leur position relative.

$\vec{u}$ et $\vec{v}$: orthogonaux
 $\vec{u}$ et $\vec{AB}$: orthogonaux
 $\vec{v}$ et $\vec{AB}$: concourants

10. Soit le rectangle ABCD ci-contre pour lequel $\overline{AC}$ et $\overline{BD}$ sont ses diagonales.

Pour chacune des questions ci-dessous, réponds par oui ou non et explique les raisons de ton choix. Dans le cas d'un non, explique les raisons de cette réponse.



a) Est-ce que $\overline{AE}$ et $\overline{DE}$ sont orthogonaux ? Non
 Les diagonales d'un rectangle ne sont pas $\perp$

b) Est-ce que $\overline{CE}$ et $\overline{EA}$ sont équipollents ? Oui

c) Est-ce que $\overline{AD}$ et $\overline{CB}$ sont concourants ? Non
 Mauvais sens

d) Est-ce que $\overline{AB}$ et $\overline{DA}$ sont orthogonaux ? Oui

Vecteur : forme géométrique et forme cartésienne.

11. Pour chacun des vecteurs suivants, explique la signification des quantités numériques.

a) $\vec{v}$: $\|\vec{v}\|=22$ et $\theta = 140^\circ$ La norme du $\vec{v}$ est de 22
et son orientation est de 140°

b) $\vec{w}(5; -8)$ La composante horizontale de $\vec{w}$
est de 5 alors que sa composante verticale
est de -8.

12. Écris les vecteurs suivants sous la forme géométrique.

a) $\vec{v}(-12; 9)$

$\vec{v}$: $\|\vec{v}\| = 15$ et $\theta = 143,1301^\circ$

b) $\vec{w}(8; -2)$

$\vec{w}$: $\|\vec{w}\| = 8,2462$ et $\theta = 345,9638^\circ$

13. Écris les vecteurs suivants sous la forme cartésienne.

a) $\vec{v}$: $\|\vec{v}\|=18$ et $\theta = 120^\circ$

$\vec{v}(-9; 15,5884)$

b) $\vec{w}$: $\|\vec{w}\|=105$ et $\theta = 202^\circ$

$\vec{w}(-97,3543; -39,3337)$

Vecteur : addition et soustraction

14. Soit les vecteurs $\vec{v}$ (5, 12) et $\vec{w}$ (8, -2).

a) Trouve la somme de ces deux vecteurs.

$$\vec{r} (13, 10)$$

b) Trouve la différence de $\vec{v}$ et $\vec{w}$.

$$\vec{r} (-3, 14)$$

15. Trouve la résultante de la somme des deux vecteurs suivants :

$\vec{v}$: $\|\vec{v}\| = 24$ et $\theta = 110^\circ$ et $\vec{w}$: $\|\vec{w}\| = 10$ et $\theta = 242^\circ$.

$$\vec{r}: \|\vec{r}\| = 18,8366 \text{ et } \theta = 133,2363^\circ$$

16. Soit les deux vecteurs suivants :

$\vec{a}$: $\|\vec{a}\| = 6,2$ et $\theta = 312^\circ$ et $\vec{b}$: $\|\vec{b}\| = 9$ et $\theta = 18^\circ$.

Sachant que $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$, trouve la norme et l'orientation du vecteur $\vec{c}$.

$$\vec{c}: \|\vec{c}\| = 12,8387 \text{ et } \theta = 351,8219^\circ$$

Vecteur : addition et soustraction

17. La somme des vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{b}$ a pour résultante $\vec{c}$. Sachant que $\vec{a}$: $\|\vec{a}\| = 30$ et $\theta = 65^\circ$ et $\vec{c}$: $\|\vec{c}\| = 20$ et $\theta = 42^\circ$, détermine la norme et l'orientation du $\vec{b}$.

$$\vec{b}: \|\vec{b}\| = 13,9783 \text{ et } \theta = 278,9905^\circ$$

18. Soit $\vec{v}$: $\|\vec{v}\| = 20$ et $\theta = 120^\circ$ et $\vec{w}$: $\|\vec{w}\| = 30$ et $\theta = 210^\circ$.
Détermine la norme et l'orientation du $\vec{a} = \vec{v} - \vec{w}$.

$$\vec{a}: \|\vec{a}\| = 36,0555 \text{ et } \theta = 63,69^\circ$$

Vecteur : situation en texte pour addition et soustraction

19. La somme de deux forces de 75 N et de 120 N a pour résultante une force de 158 N. Détermine l'angle entre les deux forces initiales.

L'angle entre les 2 Forces
initiale est de $74,0744^\circ$

20. Un avion se dirigeant vers le sud-ouest est propulsé par son moteur pour atteindre une vitesse de 80 km/h. Un vent provenant de l'ouest souffle à 12 km/h. Détermine la vitesse résultante de l'avion.

$72,0163 \text{ km/h}$

Vecteur : situation en texte pour addition et soustraction

21. Un avion doit se déplacer de 250 km N40°O pour rendre à un aéroport. Les conditions météorologiques font toutefois en sorte qu'il doit faire un détour. Il devra commencer son déplacement par une trajectoire de 180 km N20°O avant de pouvoir se diriger vers l'aéroport. Décris le deuxième mouvement de ce détour.

$$\vec{d}_2 : \|\vec{d}_2\| = 101,0134 \text{ km et } N 77,2075^\circ O$$

22. Marc-Alain tire sur une charge avec une force de 102 N et avec une orientation de 80°. Son frère, Jean-Simon, vient l'aider en tirant avec une force de 88 N et avec une orientation de 63°. Détermine la norme de la résultante des efforts déployés par Marc-Alain et Jean-Simon.

$$\|\vec{F}\| = 187,9244 \text{ N}$$

Vecteur : situation en texte pour addition et soustraction

23. Un voilier est soumis aux forces du vent et du courant, L'angle formé entre les deux vecteurs représentant ces forces est de 45° . La force résultante appliquée sur le voilier est de 60N alors que la force du courant est évaluée à 30N. Détermine la force attribuée au vent.

$$32,4174 \text{ N}$$

24. Un bateau navigue paisiblement vers l'est à une vitesse de 12km/h. Un vent provenant du sud-ouest accélère le bateau qui navigue maintenant à 14,5km/h. Détermine la vitesse du vent ?

$$3,2728 \text{ km/h}$$

Vecteur : produit d'un vecteur par un scalaire

25. Soit un vecteur $\vec{v}$: $\|\vec{v}\| = 18$ et $\theta = 118^\circ$. Décris $5\vec{v}$.

$$5\vec{v} : \|\vec{5v}\| = 90 \text{ et } \theta = 118^\circ$$

26. Soit un vecteur $\vec{v}(6; -2)$. Quelles sont les composantes de $3\vec{v}$?

$$3\vec{v} (18; -6)$$

27. Soit un vecteur $\vec{v}$ dont la norme est 52 et d'orientation 10° et un vecteur $\vec{w}$ dont la norme est 17 et d'orientation 192° . Détermine la norme et l'orientation du vecteur $\vec{a}$ si $\vec{a}$ est équivalent à la somme du double du vecteur $\vec{v}$ et du triple du vecteur $\vec{w}$.

$$\vec{a} : \|\vec{a}\| = 53,0604 \text{ et } \theta = 8,0777^\circ$$

28. Soit $\vec{v}(4; 8)$, $\vec{a}(14; 20)$ et $3 \cdot \vec{v} + 2 \cdot \vec{w} = \vec{a}$.

Détermine les composantes du vecteur $\vec{c}$ si $\vec{c} = -5\vec{v} + 8\vec{w}$.

$$\vec{c} (-12; -56)$$

Vecteur : point de partage par le produit d'un vecteur par un scalaire

29. Soit $A(27 ; -10)$ et $B(12 ; 20)$. Détermine les coordonnées du point C, sachant qu'il est situé aux $\frac{3}{5}$ du segment $\overline{AB}$ à partir de B.

$$C(21, 2)$$

30. Soit $A(5 ; 2)$ et $B(-15 ; 18)$. Détermine les coordonnées du point P qui partage le $\overline{AB}$ dans le rapport 1 : 3 à partir de A.

$$P(0, 6)$$

31. Le point A (7 ; 20,5) est situé aux $\frac{3}{8}$ du segment $\overline{DE}$ à partir de D. Sachant que les coordonnées du point D sont $D(-2 ; 10)$, détermine les coordonnées du point E.

$$E(22, 38)$$

Vecteur : produit scalaire de deux vecteurs.

32. Détermine la valeur du produit scalaire des vecteurs $\vec{v}(6; 7)$ et $\vec{w}(2; -3)$.

$$-9$$

33. Détermine la valeur du produit scalaire des vecteurs suivants :

$$\vec{v} : \|\vec{v}\| = 52 \text{ et } \theta = 86^\circ \text{ et } \vec{w} : \|\vec{w}\| = 61 \text{ et } \theta = 202^\circ.$$

$$-1390,5133$$

34. Soit les points A (-5 ; 3), B (10 ; 9), C (-7 ; -11) et D(4 ; -1). Trouve la valeur du produit scalaire des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$.

$$-225$$

35. Soit les vecteurs $\vec{v}(-10; 15)$ et $\vec{w}(-2; -5)$. En utilisant le produit scalaire de deux vecteurs, détermine la mesure de l'angle entre ces deux vecteurs.

$$\theta = 124,5085^\circ$$

36. En utilisant le produit scalaire, détermine la position relative des vecteurs $\vec{v}$ et $\vec{w}$, sachant que $\vec{v}(5; 8)$ et $\vec{w}(-16; 10)$.

Orthogonaux

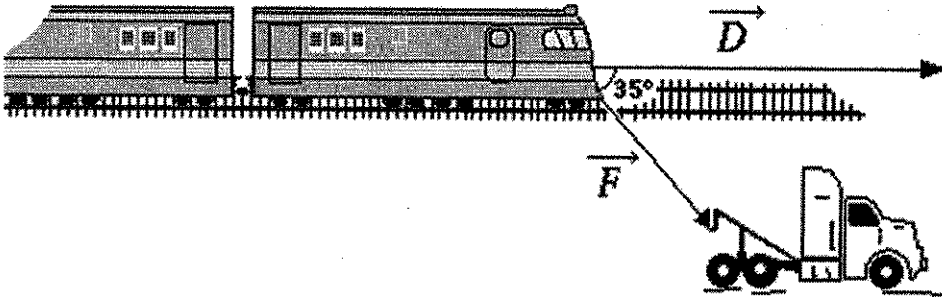
37. Détermine la mesure d'un des angles formés par les droites suivantes :

$$y = \frac{2}{3}x + \frac{10}{3} \quad \text{et} \quad y = -5x + 8.$$

$$\theta = 112,3801^\circ$$

Vecteur : travail par produit scalaire

38. Dans les cours de physique, on enseigne que le "travail efficace" fait sur un objet se définit comme le produit scalaire du vecteur déplacement et du vecteur force.



Un camion remorque doit tirer une locomotive sur une distance de 7 km dans le sens et la direction illustrés par le vecteur D. Le camion doit appliquer une force de 3500 N dans le sens et la direction illustrés par le vecteur F. L'angle ainsi formé entre les vecteurs force et déplacement est de 35° .

Sachant que $1 \text{ N} \times 1 \text{ km} = 1 \text{ kilojoule}$, quelle est la quantité de travail efficace produit par le camion remorque sur la locomotive ?

$$20\,069,2251 \text{ kJ}$$

39. Un tracteur tire une charge avec une force de 1800N. L'angle entre le déplacement de 220 mètres et la force déployée est de 12° . Détermine le travail effectué par le tracteur.

$$387\,346,4499 \text{ J}$$

40. Marc effectue un travail avec une force de 400 N et un angle de 20° . Charles effectue un travail équivalent sur la même distance mais avec un angle de 30° . Quelle est la force déployée par Charles ?

$$434,0254 \text{ N}$$

Vecteur : chaîne d'opérations

41. Soit les vecteurs $\vec{v}(2; 3)$, $\vec{w}(-1; 8)$ et $\vec{a}(12; 24)$.
Effectue les opérations suivantes :

a) $\vec{v} + \vec{w} - \vec{a}$

$$(-11; -13)$$

b) $2\vec{v} - \frac{1}{3}\vec{a}$

$$(0; -2)$$

c) $5(\vec{a} + \vec{v}) + 4\vec{w}$

$$(66; 167)$$

d) $\vec{a} \cdot \vec{v}$

$$96$$

e) $\vec{v} \cdot \vec{w} + \vec{a}^2$

$$742$$

Vecteur : base vectorielle

42. Détermine la valeur des scalaires a et b sachant que $a \cdot \vec{v} + b \cdot \vec{w} = \vec{r}$ et que les composantes des différents vecteurs sont $\vec{v}(5; 10)$, $\vec{w}(8; 7)$ et $\vec{r}(2; 13)$.

$$a = 2 \quad b = -1$$

43. Les vecteurs $\vec{v}(-3; 2)$ et $\vec{w}(4; 3)$ forment une base vectorielle. Trouve la combinaison linéaire permettant de créer le $\vec{a}(11; 21)$.

$$\vec{a} = 3\vec{v} + 5\vec{w}$$

44. Les vecteurs $\vec{a}(4; -2)$ et $\vec{b}(6; 8)$ forment une base vectorielle. Détermine la valeur des scalaires c et d pour que $c \cdot \vec{a} + d \cdot \vec{b} = \vec{v}$ sachant que le vecteur $\vec{v}$ a comme composante $(-18, -46)$.

$$c = 3 \quad \text{et} \quad d = -5$$

45. Les vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{b}$ forment une base vectorielle. Le $\vec{r}(26; -36)$ peut être obtenu par la combinaison linéaire suivante : $10\vec{a} + 2\vec{b} = \vec{r}$. Sachant que les composantes de $\vec{a}$ sont $\vec{a}(1; -4)$, détermine les composantes du $\vec{b}$.

$$\vec{b}(8, 2)$$

46. Exprime le vecteur suivant comme étant une combinaison linéaire de la base vectorielle élémentaire.

$$\vec{v} : \|\vec{v}\| = 12 \text{ et } \theta = 100^\circ.$$

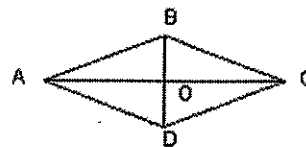
$$\vec{v} = -2,0838 \vec{i} + 11,8177 \vec{j}$$

Vecteur : résultats importants

47. Détermine la valeur de b afin que les vecteurs $\vec{v}(3,2)$ et $\vec{w}(5,b)$ soient orthogonaux.

$$b = -7,5$$

48. ABCD est un losange dont les diagonales se coupent en O. Détermine si chacune des affirmations suivantes sont vraies ou fausses.



1) $\vec{OA} = \frac{1}{2}\vec{AC}$ F

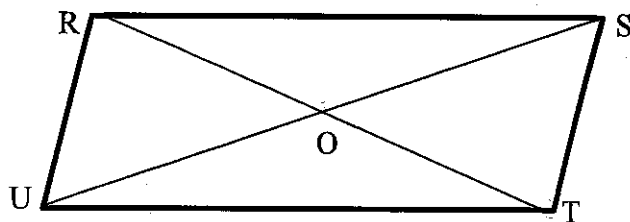
2) $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = 0$ ✓

3) $\vec{OB} + \vec{AD} = \vec{AO}$ ✓

4) $\vec{CB} + \vec{CD} = \vec{BD}$ F

5) $\vec{CB} - \vec{CD} = \vec{BD}$ F

49. Soit le parallélogramme RSTU suivant :



Simplifie les expressions suivantes.

a) $\vec{OT} + \vec{OS}$ $\vec{RS}$ ou $\vec{UT}$

b) $\vec{RO} + \vec{TO} + \vec{SO} + \vec{UO}$ $\vec{0}$

c) $\vec{OT} - \vec{RS}$ $\vec{OU}$ ou $\vec{SO}$

d) $\vec{RO} + \vec{TU}$ $\vec{OU}$ ou $\vec{SO}$

50. Simplifie les expressions suivantes.

a) $\vec{AB} + \vec{CH} + \vec{BF} + \vec{HD} + \vec{FC}$ $\vec{AD}$

b) $\vec{CD} - \vec{DC}$ $2\vec{CD}$

c) $\vec{FG} - \vec{EH} + \vec{GH} - \vec{FE}$ $\vec{0}$