

Nom : _____

Mathématique 5SN/5TS

Cahier d'exercices
Fonctions exponentielles et logarithmes

Réciproque fonctions

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐

Fonction exponentielle

~~1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐~~ 6 ☐ 7 ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☐

11 ☐ 12 ☐ 13 ☐ 14 ☐ 15 ☐ 16 ☐ 17 ☐ 18 ☐ 19 ☐ 20 ☐

21 ☐ 22 ☐

Fonction logarithme

23 ☐ 24 ☐ 25 ☐ 26 ☐ 27 ☐ 28 ☐ 29 ☐ 30 ☐ 31 ☐ 32 ☐ 33 ☐

34 ☐ 35 ☐ 36 ☐ 37 ☐ 38 ☐ 39 ☐ 40 ☐ 41 ☐ 42 ☐ 43 ☐ 44 ☐

45 ☐ 46 ☐ 47 ☐

Réciproque exponentielle et logarithme

48 ☐ 49 ☐ 50 ☐

Tu dois avoir fait 80% de ces numéros pour avoir accès à l'examen.
Date de l'examen : _____

Patrick Dussault, Eulalie-Durocher printemps 2018

Réciproque de fonctions

1. Soit les fonctions suivantes :

$$f(x) = 5x - 8$$

$$g(x) = -2\sqrt{3(x+1)} + 5$$

$$h(x) = \frac{12}{x-3} + 4$$

Trouve les valeurs demandées.

a) $f^{-1}(6)$ 2,8

b) $g^{-1}(-13)$ 26

c) $h^{-1}(10)$ 5

d) $g^{-1}(x)=2$ -1

e) $h^{-1}(x)=3$

Impossible

2. Détermine les asymptotes de la réciproque de la fonction suivante :

$$g(x) = \frac{5x-2}{2x+3}$$

$$x = 2,5 \quad \text{et} \quad y = -1,5$$

3. Trouve l'équation de la réciproque de la fonction racine carrée suivante :

$$f(x) = -\frac{4}{5}\sqrt{-2(x+6)} - 8$$

$$f^{-1}(x) = -\frac{25}{32} (x+8)^2 - 6$$

$$\text{où } x \leq -8$$

Réciproque de fonctions : Situations en texte

4. Un organisateur d'événements est responsable de la comptabilité concernant un congrès. La fonction suivante permet de calculer le profit moyen par visiteur en fonction du nombre de personnes qui ont visité l'événement...

$$f(x) = \frac{50x - 50\,000}{x + 25}$$

Détermine l'équation permettant de calculer le nombre de visiteurs en fonction du profit moyen par visiteur. De plus, utilise cette nouvelle fonction pour déterminer le nombre de visiteurs nécessaire pour faire un profit moyen par personne supérieur à 45\$.

Au moins 10 225 personnes

5. Si la fonction $f(x) = 2\sqrt{3x - 6} + 3$ exprime la longueur d'un rectangle donné selon son aire, quelle est l'équation qui permettrait d'exprimer l'aire de ce même rectangle selon la longueur ?

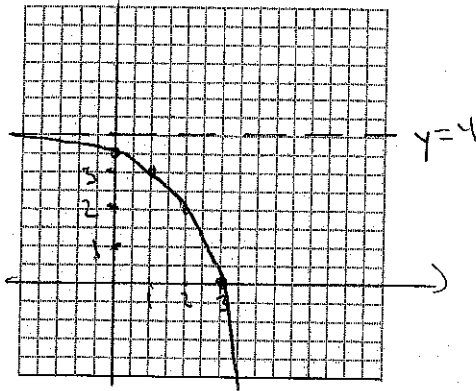
$$f^{-1}(x) = \frac{1}{12} (x - 3)^2 + 2$$

où $x \geq 3$
 x : longueur
 y : aire

Fonction exponentielle : graphique et analyse

6. Trace le graphique des fonctions exponentielles suivantes. De plus, détermine le domaine et l'image de ces fonctions.

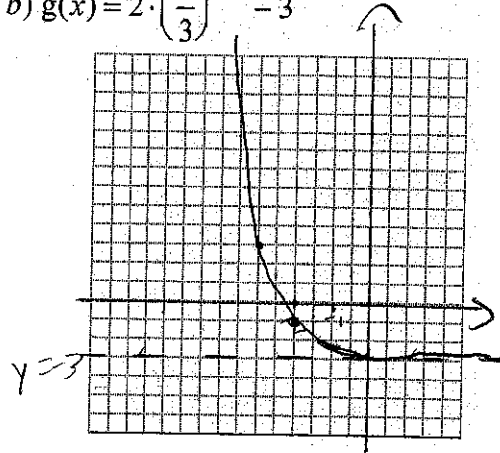
a) $f(x) = -1 \cdot 2^{x-1} + 4$



Dom $\mathbb{R}$

Ima $-\infty ; 4[$

b) $g(x) = 2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{x+2} - 3$



Dom $\mathbb{R}$

Ima $] -3 ; \infty$

Fonction exponentielle : valeurs associées

7. Soit les fonctions exponentielles suivantes :

$$f(x) = 4 \cdot 2^{x-2} + 5$$

$$g(x) = 10 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{x+1} + 4$$

Trouve l'image des nombres ci-dessous.

a) $f(5)$

37

b) $g(0)$

7, $\overline{3}$

c) $f(1)$

7

d) $g(-3)$

94

8. Détermine l'ordonnée à l'origine des fonctions suivantes :

a) $f(x) = 12 \cdot (2)^{x-1} + 3$

9

b) $g(x) = -7 \cdot \left(\frac{2}{9}\right)^{x+1} + 5$

3, $\overline{4}$

9. Détermine l'abscisse à l'origine des fonctions suivantes :

a) $f(x) = -6 \cdot 2^{x-5} + 48$

$x = 8$

b) $g(x) = 3 \cdot 4^{2x-3} - 12$

$x = 2$

10. Détermine la valeur de x demandée ci-dessous.

a) $f(x) = 12 \cdot 3^{x-1} + 8$

Trouve x si $f(x) = 332$

$x = 4$

b) $g(x) = -3 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{x+3} + 12$

Trouve x si $g(x) = -36$

$x = -5$

Exposants : résolution avec base commune

11. Résous les équations suivantes :

a) $2^{x+3} \cdot 2^x = 16$

$$x = \frac{1}{2}$$

b) $9^x \cdot 3^{3x-1} = 27^{x-5}$

$$x = -7$$

c) $\frac{2^x \cdot 3^x}{5^{2x}} = \frac{15625}{216}$

$$x = -3$$

d) $10 \cdot 3^{x-1} = 90 \cdot 27^x$

$$x = -1,5$$

e) $4^x \cdot 2^{x-5} = 1$

$$x = 1, \overline{6}$$

f) $\frac{3^{4x}}{5^{2x}} = \frac{25}{81}$

$$x = -1$$

g) $125 \cdot \frac{25^{x-1}}{5^x} = 5^{2x+1}$

$$x = 0$$

h) $\frac{5}{8^x} = 10$

$$x = -0, \overline{3}$$

Exposants : résolution avec racine

12. Trouve la valeur de x qui vérifie les équations suivantes :

a) $\left(\frac{2}{5}\right)^{-2} = \sqrt{x}$

$$x = 39,0625$$

b) $\sqrt[7]{x^2} = 10$

$$x = 3162,2777$$

et $x = -3162,2777$

c) $\sqrt{2} \cdot 4^x = 16^{x-4}$

$$x = 8,25$$

d) $81^x \cdot \sqrt[3]{3} = 27^{2x}$

$$x = \frac{1}{6}$$

e) $\frac{16}{\sqrt{32^x}} = 8^{2x-1}$

$$x = 0,8235$$

Exposants : résolution par factorisation

13. Résous les équations suivantes :

a) $3^{x+2} + 3^x - 3^{x+1} = 567$

$$x = 4$$

b) $\left(\frac{1}{2}\right)^{2-x} + 2^{x-1} = \frac{3}{64}$

$$x = -4$$

c) $5^{x+2} - 230 = 400 - 5^{x-1}$

$$x = 2$$

Fonction exponentielle : inéquations

14. Détermine le signe des images des fonctions ci-dessous.

a) $f(x) = 5 \cdot 2^{x-4} - 10$

$\oplus \quad x \in [5, \infty$

$\ominus \quad x \in]-\infty; 5]$

b) $g(x) = \frac{-1}{2} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^{x+2} + 108$

$\oplus \quad x \in [-5, \infty$

$\ominus \quad x \in]-\infty; -5]$

15. Pour chaque équation, trouve les valeurs de x demandées.

a) $f(x) = -3^{x-2} + 8$

Trouve x si $f(x) > -73$.

$x \in]-\infty; 6[$

b) $g(x) = 3 \cdot 2^{4-x} + 10$

Trouve x si $g(x) \geq 202$.

$x \in]-\infty; -2]$

Fonction exponentielle : système d'équations

16. Soit les fonctions exponentielles suivantes :

$$f(x) = 30 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x$$

$$g(x) = 10 \cdot 3^{x-2}$$

Trouve les coordonnées du point de rencontre de ces deux équations.

$$(1,5 ; 5,7735)$$

17. Soit le système d'équations suivant :

$$f(x) = 4^{x+1} + 10$$

$$g(x) = -1 \cdot 4^x + 20$$

Pour quelles valeurs de x est-ce que $f(x)$ est supérieure à $g(x)$?

$$x \in \left] \frac{1}{2}, \infty \right[$$

Fonction exponentielle : retrouve équation

18. Retrouve l'équation de chacune des fonctions exponentielles suivantes :

a) $f(x)$ passe par (3 ; 49) et (5 ; 409) et a $y=4$ comme équation d'asymptote.

$$f(x) = 45 \cdot 3^{x-3} + 4$$

b) $g(x)$ a une asymptote a $y=30$ et passe par (2 ; 28) et (6 ; -1220).

$$g(x) = -2 \cdot 5^{x-2} + 30$$

19. Détermine l'équation exponentielle associée à la table de valeurs suivantes :

x	0	1	2	3	4
y	4	40	184	760	3064

$$F(x) = 12 \cdot 4^x - 8$$

Fonction exponentielle : Situations en texte

20. On étudie deux types de bactéries. Un premier type débute avec 100 bactéries et double à chaque heure. Le deuxième type débute avec 1 million de bactéries et diminue de 40% par 2 heures. Quel type de bactéries sera en plus grande quantité après 10 heures.

La première

(102 400 vs. 77 760)

21. Gabriel a gagné 10 000\$ à la loterie. Il compte investir la totalité de ces gains dans un compte de banque pendant 10 ans. Il hésite entre 2 propositions...

Proposition 1 : Un compte à intérêts composés de 3,2% d'intérêt.

Proposition 2 : Un compte à intérêts composés capitalisés quotidiennement de 3,12% d'intérêt.

Quelle proposition devraient-ils choisir?

La première

(13 702,41 vs 13 661,36)

22. Un montant de 2500\$ a été déposé dans un compte à intérêts composés. Après 6 ans, la valeur du compte est de 4192,75\$. Détermine la valeur du compte 12 ans après le placement initial.

7031,66 \$

Fonction logarithme : écriture, lecture et simplification

23. Écris les expressions exponentielles suivantes sous la forme de logarithme.

a) $5^3 = 125$ $\log_5 125 = 3$

b) $12^2 = 144$

$\log_{12} 144 = 2$

c) $2^x = 18$

$\log_2 18 = x$

d) $r^s = t$

$\log_r t = s$

24. Écris les expressions logarithmes suivantes sous la forme exponentielle.

a) $\log_2 8 = 3$

$2^3 = 8$

b) $\log_7 49 = 2$

$7^2 = 49$

c) $\log_{12} 9 = x$

$12^x = 9$

d) $\log_x 16 = 2$

$x^2 = 16$

25. Évalue les expressions logarithmes suivantes :

a) $\log_2 16$

4

b) $\log_9 81$

2

c) $\log_{\frac{1}{5}} 125$

-3

d) $\log_3 \frac{1}{9}$

-2

e) $8^{\log_8 17}$

17

f) $3^{2\log_3 5}$

25

g) $5\log_x x^3$

15

h) $\ln e \cdot \log 10$

1

i) $\log_2 (\log_3 81)^2$

4

k) $e^{\ln 8}$

8

26. Simplifie les expressions suivantes :

a) $\log_a 5 + 3\log_a 2 - \log_a 10$

$\log_a 4$

b) $10\log_2 x - 5\log_2 x + 2\log_2 x^3$

$11 \cdot \log_2 x$ ou $\log_2 x^{11}$

c) $\log 12 - (\log 8 + \log 2)$

$\log \frac{3}{4}$

d) $2(\log_x 10 - \log_x a) - 3(5\log_x a + \log_x 5)$

$\log_x \frac{4}{5a^{17}}$

Logarithme : simplification

27. Évalue les expressions suivantes, sachant que $\log_a 2 = x$, $\log_a 3 = y$ et $\log_a 5 = z$.

a) $\log_a 6$

$$x + y$$

b) $\log_a 25a$

$$2z + 1$$

c) $\log_a \frac{30}{a^4}$

$$x + y + z - 4$$

d) $\log_a \sqrt{15a^5}$

$$\frac{y}{2} + \frac{z}{2} + \frac{5}{2}$$

e) $\log_a \frac{125a^3}{12}$

$$3z + 3 - y - 2x$$

f) $\log_a \frac{8a\sqrt{6a}}{45}$

$$\frac{7}{2}x - \frac{3y}{2} - z + \frac{3}{2}$$

28. Évalue les expressions suivantes, sachant que $\log_b x = 0,18$, $\log_b y = 2$ et $\log_b r = 3,3$.

a) $\log_b yr^2$

$$8,6$$

b) $\log_b \frac{x^3}{r}$

$$-2,76$$

Fonction logarithme : résolution

29. Résous les expressions suivantes :

a) $12^{x+2} = 4^{3x+1}$

$$x = 2,1407$$

b) $7^x = 2 \cdot 5^{2x-1}$

$$x = 0,72$$

30. Résous les expressions suivantes.

a) $3 \cdot 2^{x-2} + 5 \cdot 2^{x+1} = 100$

$$x = 3,2179$$

b) $2 \cdot 3^{x+2} + 22 = 15 \cdot 3^{x+1}$

$$x = -0,1864$$

Fonction logarithme : résolution

31. Résous les expressions suivantes :

a) $\log_2 7 = 2\log_2 x$

$$x = 2,6456$$

b) $\frac{1}{2}\log_5 16 = \frac{1}{3}\log_5 x$

$$x = 64$$

c) $\log(2x - 6) = \log(5x - 2)$

Aucune
réponse

d) $\frac{\log_8(4x-9)}{\log_8 5} = \log_5 x$

$$x = 3$$

e) $\log 3 - \log x = 2\log 4 + \log x$

$$x = 0,4330$$

f) $2\log_3(x-1) + \log_3 5 = \log_3(x+4)$

$$x = 2,1050$$

Fonction logarithme : résolution

32. Résous les expressions suivantes :

a) $\log_a 16 = 4$

$$a = 2$$

b) $\log_5 125 = x$

$$x = 3$$

c) $\log_{12} m = 2$

$$m = 144$$

d) $4 - \log_3(x+1) = 6$

$$x = -\frac{8}{9}$$

e) $\log_5 x - 4 = \log_5(x+1) - 2$

$$x = -\frac{25}{24}$$

f) $\log_x 20 - 1 = \log_x 4 + 3$

$$x = 1,4953$$

g) $-\log_2 x + 5 = -\log_2 5 + 8$

$$x = \frac{5}{8}$$

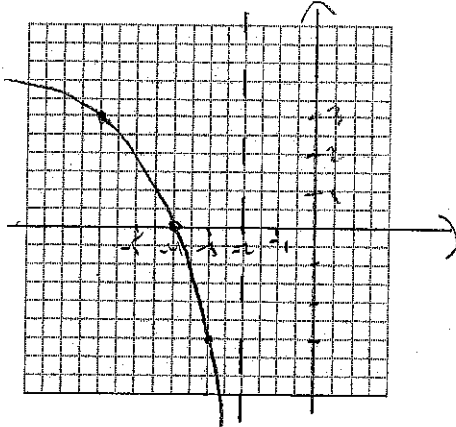
h) $\log_5(x-5) + 6 = 8 - \log_5(x+1)$

$$x = 7,8310$$

Fonction logarithme : graphique et analyse

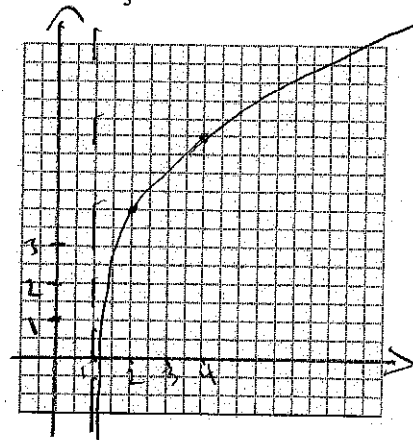
33. Trace le graphique des fonctions logarithmes suivantes. De plus, détermine le domaine et l'image de ces fonctions.

a) $f(x) = 3\log_2 - (x+2) - 3$



Dom $x \in -\infty; -2[$
Ima $y \in \mathbb{R}$

b) $g(x) = -2\log_{\frac{1}{3}} 3(x-1) + 2$



Dom $x \in]1, \infty$
Ima $y \in \mathbb{R}$

Fonction logarithme : valeurs associées

34. Soit les fonctions logarithmes suivantes :

$$f(x) = 5\log_2 4(x-3) + 12$$

$$g(x) = 3\log_{\frac{1}{5}}(x-4) - 2$$

Trouve l'image des nombres ci-dessous.

a) $f(7)$

32

b) $g(-21)$

-8

c) $g(10)$

Impossible

d) $f(22)$

43,2425

35. Détermine les coordonnées à l'origine de la fonction logarithme suivante :

$$f(x) = -3\log_4 2(x+3) + 12$$

Ord. à l'ori.

8,1226

Abs. à l'ori

125

36. Pour chaque équation, trouve les valeurs de x demandées.

a) Soit $f(x) = 10\log_3(x-2) + 20$. Trouve x si $f(x)=52$.

$$x = -31,6347$$

b) Soit $f(x) = -4\log_{\frac{2}{5}}4(x+3) - 12$. Trouve x si $f(x)=-20$.

$$x = -\frac{74}{25}$$

Fonction logarithme : inéquations

37. Détermine le signe des images des fonctions suivantes :

a) $f(x) = 2\log_8 - 3(x-5) - 4$

$$\oplus x \in -\infty ; -16,3]$$

$$\ominus x \in [-16,3 ; 5[$$

b) $g(x) = -2\log_{\frac{2}{5}} 4(x+2) + 10$

$$\oplus x \in [-1,9974 ; \infty$$

$$\ominus x \in]-2 ; -1,9974]$$

38. Pour chaque équation ci-dessous, trouve les valeurs de x demandées.

a) $f(x) = -5\log_3 2(x-1) + 20$

Trouve x si $f(x) \leq -25$.

$$x \in [-9842,5 ; \infty$$

b) $g(x) = 12\log_{\frac{1}{2}} - 4(x-5) + 10$

Trouve x si $g(x) > -14$.

$$x \in]4,5[$$

39. Soit les deux fonctions suivantes :

$$f(x) = \log_3 x - 4$$

$$g(x) = -\log_3 (x-2)$$

Pour quelles valeurs de x est-ce que $g(x) > f(x)$?

$$x \in]2 ; 10,0554[$$

Fonctions exponentielle et logarithme : situations en textes

40. Un microbiologiste étudie le développement d'une bactérie selon diverses conditions. Lors d'une de ces études, il estime qu'un échantillon de 100 000 bactéries double toutes les 20 secondes. Détermine le temps nécessaire pour que cet échantillon atteigne 10 000 000 bactéries.

132,8771 sec

41. Il y a 5 ans, Christina a investi 6 000\$ dans un compte à intérêts composés capitalisés quotidiennement de 1,8%. Elle compte retirer ses avoirs de ce compte pour tout réinvestir dans un compte à intérêt composés capitalisés mensuellement de 2,6%. Après combien de temps ses d'investissement total dans ces deux comptes Christina aura-t-elle plus de 20 000\$?

47ans 11 mois

42. Sophia a investi 2 500\$ dans compte à intérêts composés. Au bout de 10 ans elle devrait avoir 3772,40\$. Alice veut investir 12 000 \$ dans ce même type de compte. Quel sera le solde de l'investissement d'Alice après 15 ans?

22 243,18 \$

Fonctions exponentielle et logarithme : situations en textes

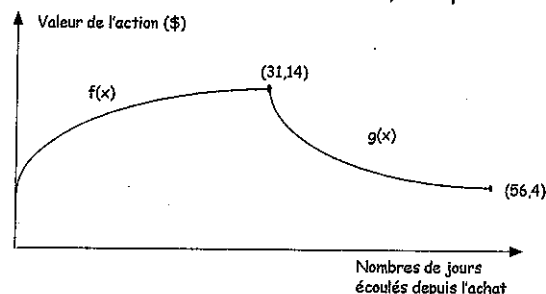
43. Un économiste prévoit que la valeur du dollar canadien par rapport au dollar américain devrait perdre 3% par an et ce, du premier janvier 2015 jusqu'en 2020. À partir de 2020, ce même économiste prévoit que le dollar canadien devrait gagner 2% par année par rapport au dollar américain.

Au 1^{er} janvier 2015, le dollar canadien valait 0,80\$ en devise américaine.

Si le taux d'augmentation se maintient, au cours de quel mois de quelle année le dollar canadien retrouvera-t-il sa valeur de l'an 2015 ?

Aout 2027

44. La valeur d'une action, achetée à 4\$, a évolué d'abord selon une fonction logarithmique et ensuite selon une fonction racine carrée, tel qu'illustré sur le graphique ci-dessous,



Durant les 31 premiers jours suivant l'achat, la valeur de l'action a augmenté selon la règle :

$f(x) = 2\log_2(x + 1) + 4$ où x représente le nombre de jours écoulés depuis l'achat de l'action et $f(x)$, la valeur de l'action (en dollars).

Elle a ensuite commencé à diminuer en suivant la règle d'une fonction racine carrée $g(x)$ (dont le sommet est (31,14)) de manière que, 56 jours après l'achat, l'action a retrouvé sa valeur initiale.

Pendant combien de jours, durant cette période de 56 jours, la valeur de l'action a-t-elle été supérieure ou égale à 10\$?

28 jours

Fonctions exponentielle et logarithme : situations en textes

45. La variation du nombre de bactéries de type A présentes dans un morceau de viande laissée sur le comptoir selon le temps (en minutes) est représentée par la fonction suivante: $f(x) = 3^{4x+2}$.

La variation du nombre de bactéries du type B est, quant à elle, décrite par la fonction suivante :

$$g(x) = 27 \cdot 2^x.$$

Combien de temps après avoir laissé la viande sur le comptoir a-t-on un nombre égal de bactéries de chaque type?

Presque 18 secondes

46. Denis vient d'hériter d'un montant de 10000\$. Il veut l'investir et il a le choix entre les deux placements suivants :

Banque de Placement : 2,8% composé capitalisé mensuellement

Banque de Financement : 4% composé annuellement

Denis prévoit placer son argent pour un terme de 5 ans à la Banque de Financement. Combien de temps devra-il placer son argent à l'autre banque pour avoir la même somme?

Tous 1 mois

47. Une équipe de jeunes scientifiques a découvert une nouvelle substance gélatineuse dont la masse diminue de 5% à toutes les 10 minutes. Au cours d'une expérience sur un échantillon de cette substance, ils ont observé que 12 heures après le début de l'expérience, il ne restait que deux grammes de substance.

Combien de temps après le début de l'expérience la masse de la substance était-elle de 50 g?

1 heure 32 minutes

Fonctions exponentielles et logarithmes : réciproque

48. Détermine la réciproque, en forme canonique, de chacune des équations suivantes :

a) $f(x) = -5 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{x-6} + 8$

b) $g(x) = 10 \cdot 3^{x+2} - 2$

$$f^{-1}(x) = \log_{\frac{1}{4}} \frac{-1}{5} (x-8) + 6$$

$$g^{-1}(x) = \log_3 \frac{1}{10} (x+2) - 2$$

c) $h(x) = 10 \log_3 2(x-1) + 5$

d) $i(x) = -4 \log_{\frac{1}{2}} (6-x) + 10$

$$h^{-1}(x) = \frac{1}{2} \cdot 1,161^{x-5} + 1$$

$$i^{-1}(x) = -1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{-1}{4}(x-10)} + 6$$

$$i^{-1}(x) = -1 \cdot 1,18192^{x-10} + 6$$

Fonctions exponentielles et logarithmes : réciproque en texte

49. Soit $f(x) = \frac{1}{5} \log_{2500} x$ une fonction permettant de calculer le nombre de minutes en fonction du nombre de bactéries. Trouve l'équation permettant de calculer le nombre de bactéries en fonction du nombre de minutes.

$$F^{-1}(x) = 2500 \cdot 100\,000^x$$

où x : nbr. de minutes
 y : nbr. de bactéries

50. Patrick a déposé 25 000 \$ dans un compte de banque. L'équation suivante lui permet de déterminer le solde de son dépôt en fonction du nombre d'année:

$$f(x) = 25\,000 \cdot 1,0075^{12x}$$

Trouve l'équation permettant de déterminer le nombre d'années en fonction du solde désiré. De plus, utilise cette nouvelle équation pour déterminer le nombre d'années d'investissement nécessaire pour avoir un solde supérieur à 100 000 \$.

$$F^{-1}(x) = \frac{1}{12} \log_{1,0075} \frac{1}{25\,000} x$$

où x : solde désiré
 y : nbr. d'années

et

15 ans et 6 mois