École secondaire Eulalie-Durocher

Mathématique secondaire 3 (063 306)

Corrigé élèves

Module 2:

Les fonctions

Notes de cours préparées par:

Julie Descoteaux et Julie Vaillancourt

1. Variables dépendantes et indépendantes

Définitions :

Variable : C'est une quantité dont la valeur change.

Exemples :

le temps (sec., min, heures)

quantité d'eau restante (ml, l, ...)

distance parcourue (m, km, ...)

Variable dépendante (y) : C'est la variable que l'on étudie, que l'on regarde varier et qui est déterminée à partir de la variable indépendante.

Variable indépendante (X) : C'est la variable qui sert à faire varier la variable dépendante. C'est elle qui influence l'autre.

Les variables indépendantes et dépendantes sont *parfois* clairement identifiées par des mots-clés. D'autres fois, il faut les déterminer selon le contexte. À ce moment, il faut se poser la question : « qui influence qui »?

Formulations possibles pour les variables dépendantes et indépendantes :

a) Ses (revenus) varient selon (le nombre de leçons qu'il offre.)
dép — ind

b) (La distance entre le ballon et le sol) est déterminée par (le temps écoulé depuis le lancer.)
dép — ind

c) (Le périmètre d'un carré) dépend de (la mesure de son côté.)
dép — ind

d) (La température extérieure) en fonction de (l'heure de la journée.)
dép — ind

<u>Exercices :</u>

Dans chaque situation, <u>souligne la variable dépendante</u>.

a) <u>Le prix de location d'une voiture</u> selon le nombre de kilomètres parcourus.

b) Le nombre de voitures lavées et le <u>profit réalisé</u> lors d'une opération lave-auto.

c) Le <u>temps nécessaire pour parcourir 100 km</u> dépend de la vitesse à laquelle roule l'auto.

d) La <u>distance parcourue</u> en fonction de la vitesse d'une bicyclette.

e) Le <u>temps nécessaire pour vider la piscine</u> est déterminé par la quantité d'eau dans la piscine.

f) Un robinet qui fuit nous fait gaspiller de l'eau. On considère la relation entre le temps écoulé et la <u>quantité d'eau gaspillée</u>.

g) On sème une graine de tournesol. On considère la relation entre le temps écoulé et <u>la hauteur du plant</u>.

h) Une maison est chauffée au mazout. Un réservoir de 1000 litres est rempli au début du mois. On considère la relation entre le temps écoulé depuis le remplissage et la <u>quantité de mazout restant dans le réservoir</u>.

i) Une cuisinière électrique consomme en énergie 5 kwh. On considère la relation entre le temps de fonctionnement de la cuisinière et la <u>dépense énergétique</u>.

j) Pour déterminer le coût de réparation d'un appareil électroménager, on ajoute aux frais de base (pour le déplacement) le taux horaire (pour la durée de la réparation). On s'intéresse à la relation entre le nombre d'heures nécessaires pour effectuer la réparation et le <u>coût de la réparation</u>.

k) Un litre de peinture couvre approximativement une surface de 10 m^2. On s'intéresse à la relation entre la <u>quantité nécessaire de peinture</u> et l'aire de la surface à peindre.

l) Chaque cigarette d'une certaine marque contient 0,2 mg de nicotine. On considère la relation liant le nombre de cigarettes et la <u>quantité de nicotine dans le sang</u>.

2. Fonction versus relation

Définition d'une relation : C'est un lien qui existe entre 2 variables.

Définition d'une fonction : Une fonction est une relation qui fait correspondre à chaque valeur de la variable indépendante (x) une seule valeur de la variable dépendante (y).

En d'autres mots, pour chaque valeur de x, il y a une seule valeur de y.

Comment différencier une fonction d'une relation <u>dans une table de valeurs</u> :

*Vérifier s'il y a des nombres qui se répètent pour la variable indépendante (x).

<u>Fonction :</u> Les nombres **ne doivent pas se répéter** pour la variable indépendante (x).

<u>Relation :</u> Les nombres peuvent se répéter pour la variable indépendante (x).

Comment différencier une fonction d'une relation <u>dans un graphique</u> :

*Vérifier s'il y a des points superposés (un par-dessus l'autre).

<u>Fonction :</u> Les points **ne doivent pas être superposés** dans le graphique.

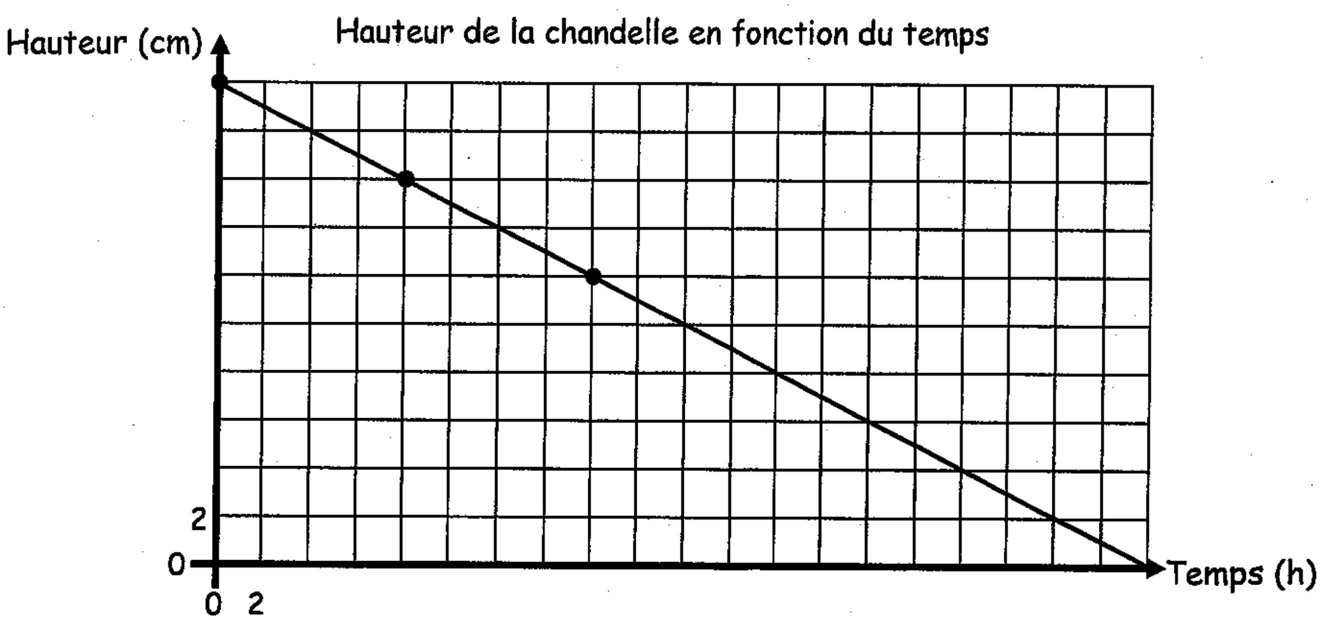
<u>Relation :</u> Les points peuvent être superposés dans le graphique.

Situation de départ #1 : Maryse fait brûler une chandelle. ***Elle s'intéresse à la hauteur de la chandelle selon le temps qui passe.***

- Hauteur initiale de la chandelle : 20 cm
- Vitesse de combustion : 0,5 cm à l'heure

Le temps (h)	0	2	4	6	8	10	12	14	16
Hauteur de la chandelle (cm)	20	19	18	17	16	15	14	13	12

Y a-t-il des nombres qui se répètent pour la variable indépendante? non

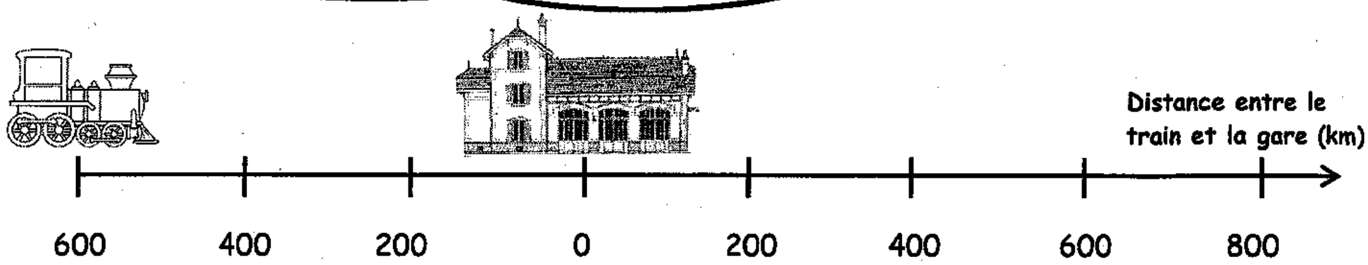


Y a-t-il des points superposés? non

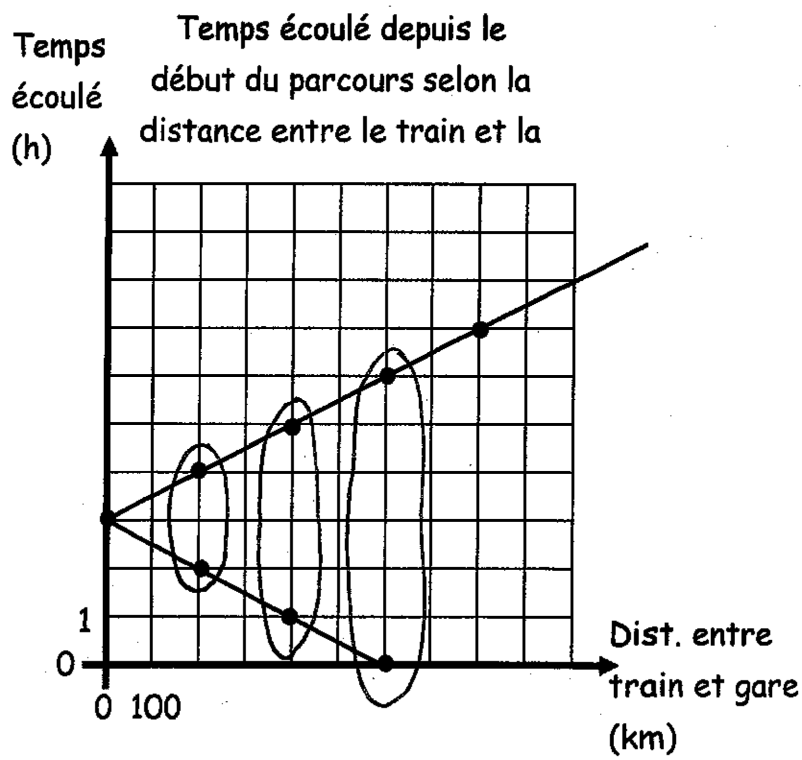
Donc cette situation est une fonction.

Situation de départ #2 : Un train se dirige vers une gare à vitesse constante et ne s'y arrête pas. ***On s'intéresse au temps écoulé depuis le début du parcours selon la distance entre le train et la gare.***

- Distance initiale entre train et la gare : 600 km
- Vitesse constante du train : 200 km à l'heure



Distance entre le train et la gare (km)	Temps écoulé depuis le début du parcours (h)
600	0
400	1
200	2
0	3
200	4
400	5
600	6
800	7
1000	8



Y a-t-il des points superposés? Oui

Y a-t-il des nombres qui se répètent pour la variable indépendante? Oui

Donc cette situation N'EST PAS une fonction.

Exercices :

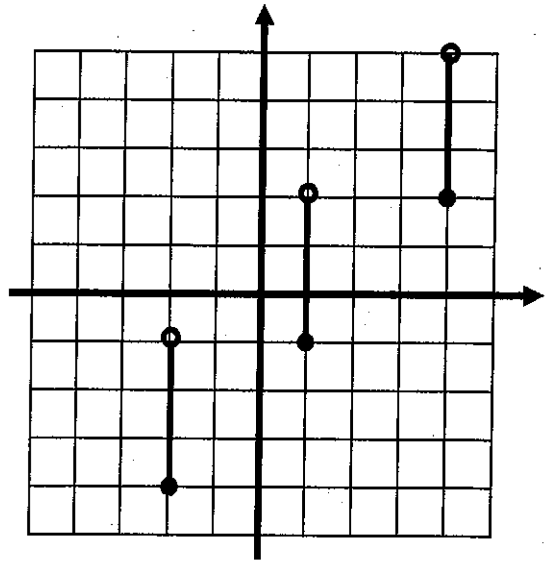
Dîtes si les relations suivantes représentent des fonctions.

a)

x	y
-3	8
-2	6
0	4
4	8
6	6

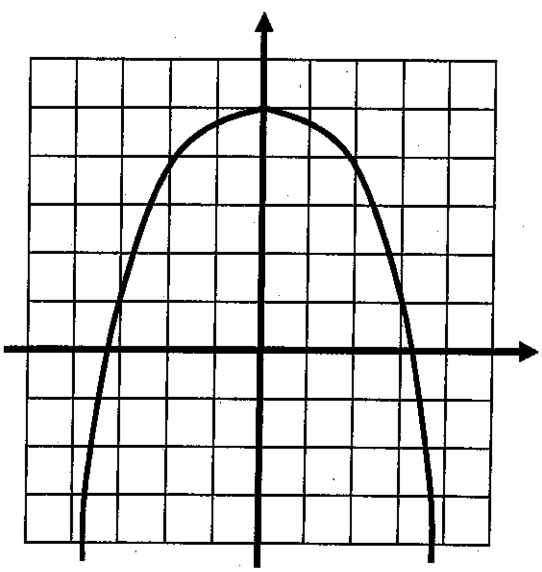
Fonction

b)



Non

c)



Fonction

d)

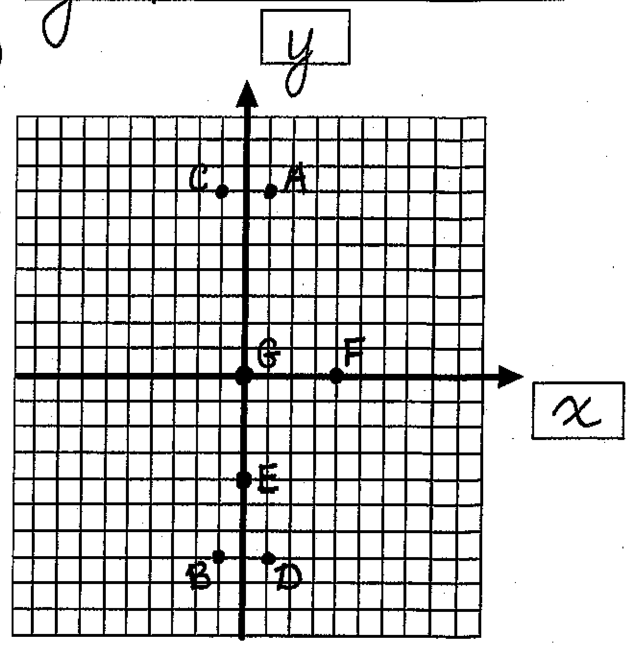
x	y
2	1
8	2
2	3
10	4
6	5

Non

3. Le plan cartésien (rappel)

1. Dans le plan cartésien suivant,

Titre : y (dép.) selon x (indép.)



a) Identifie l'axe des abscisses (x) et l'axe des ordonnées (y).

b) Quelle est la variable dépendante? y

Et la variable indépendante? x

Un couple de coordonnées se présente toujours de la façon suivante :

(x , y)

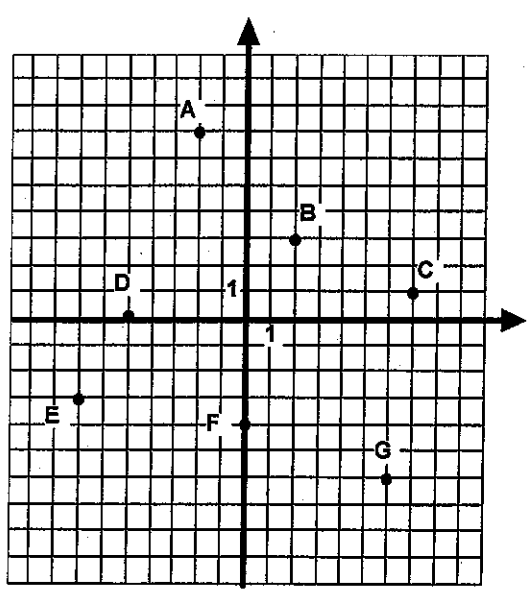
c) Situe les points suivants :

A(1,7) B(-1,-7) C(-1,7) D(1,-7) E(0,-4) F(4,0)

G(0,0) ⇒ Quel nom porte ce point?

origine

2. Dans le plan cartésien suivant, identifie les coordonnées de chacun des points.



A (-2 , 7)

B (2 , 3)

C (7 , 1)

D (-5 , 0)

E (-7 , -3)

F (0 , -4)

G (6 , -6)

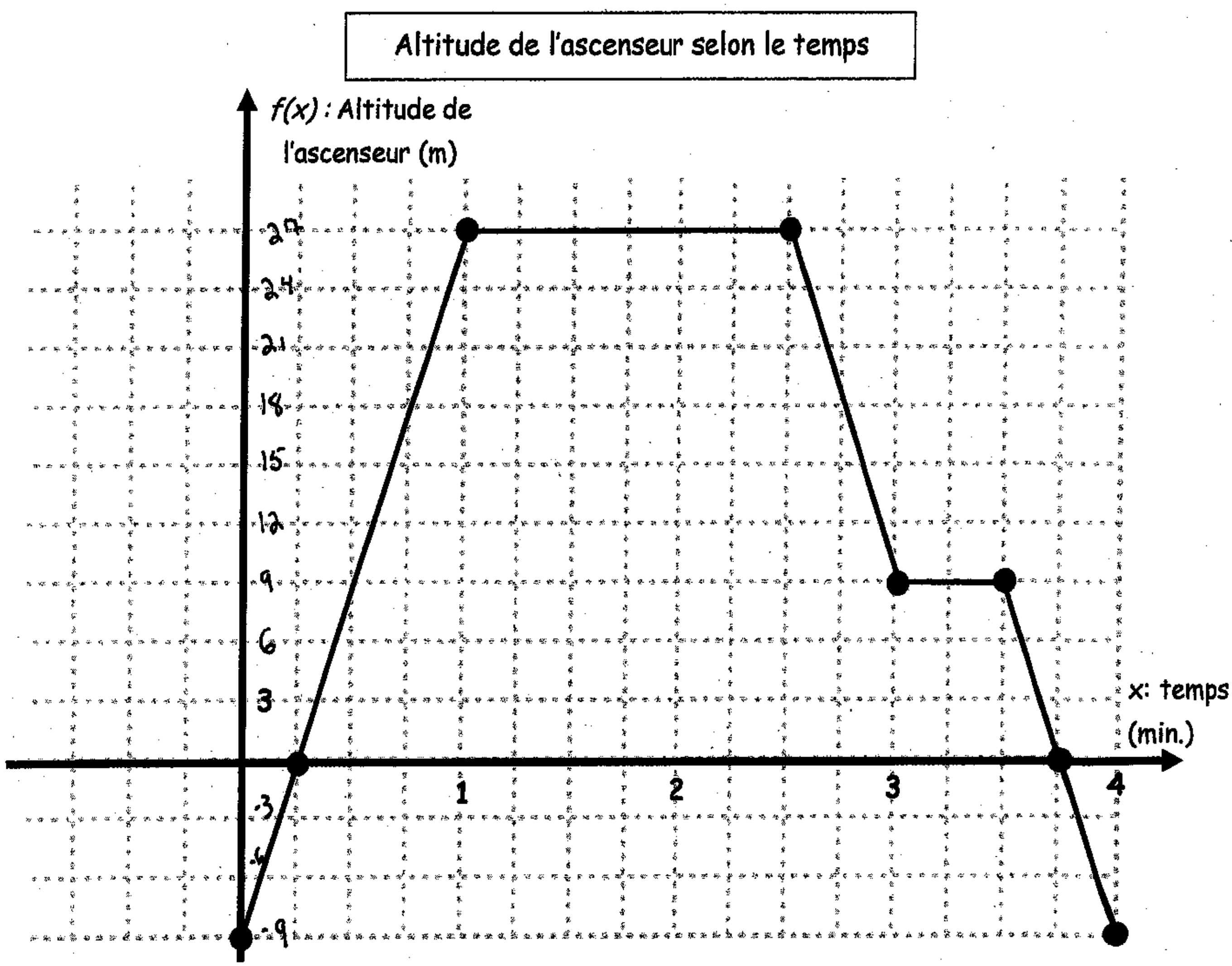
4. Propriétés des fonctions

Domaine		• Sur quel intervalle des x ma fonction est-elle définie? • En d'autres mots, les x vont de quoi à quoi? • Je prends la coordonnée en x du point le plus à gauche et du point le plus à droite.
Image (Codomaine)		• Sur quel intervalle des y ma fonction est-elle définie? • En d'autres mots, les y vont de quoi à quoi? • Je prends la coordonnée en y du point le plus bas et du point le plus haut.
Extremums	Minimum	• C'est la plus petite valeur de y (si elle existe).
	Maximum	• C'est la plus grande valeur de y (si elle existe).
Croissance / Décroissance	Strictement Croissance	• Sur quel intervalle des x ma fonction est-elle croissante? (partie du graphique qui monte)
	Strictement Décroissance	• Sur quel intervalle des x ma fonction est-elle décroissante? (partie du graphique qui descend)
Zéro de la fonction / Abscisse à l'origine		• Dans le graphique, c'est la valeur de x là où ma fonction **croise** l'axe des abscisses (**axe des x**).
Ordonnée à l'origine		• Dans le graphique, c'est la valeur de y là où ma fonction **croise** l'axe des ordonnées (**axe des y**).
Signes de la fonction	Positive	• Sur quel intervalle des x ma fonction se retrouve-t-elle dans la partie supérieure positive du graphique **(en haut de l'axe des abscisses (axe des x))**?
	Négative	• Sur quel intervalle des x ma fonction se retrouve-t-elle dans la partie inférieure négative du graphique **(en bas de l'axe des abscisses (axe des x))**?

Exemples :

1) Effectuons l'étude de la fonction représentée dans le contexte suivant :

On observe le déplacement d'un des ascenseurs d'un hôpital durant 4 minutes. On s'intéresse à l'altitude de l'ascenseur en fonction du temps.



Dom : $x \in$ [0, 4]

Ima : $y \in$ [-9, 27]

Min : $y =$ -9

Max : $y =$ 27

Croissance : $x \in$ [0, 1]

Décroissance : $x \in$ [2,5 ; 3] ∪ [3,5 ; 4]

Zéro de la fct : $x =$ 0,25 et 3,75

Ordonnée à l'origine : $y =$ -9

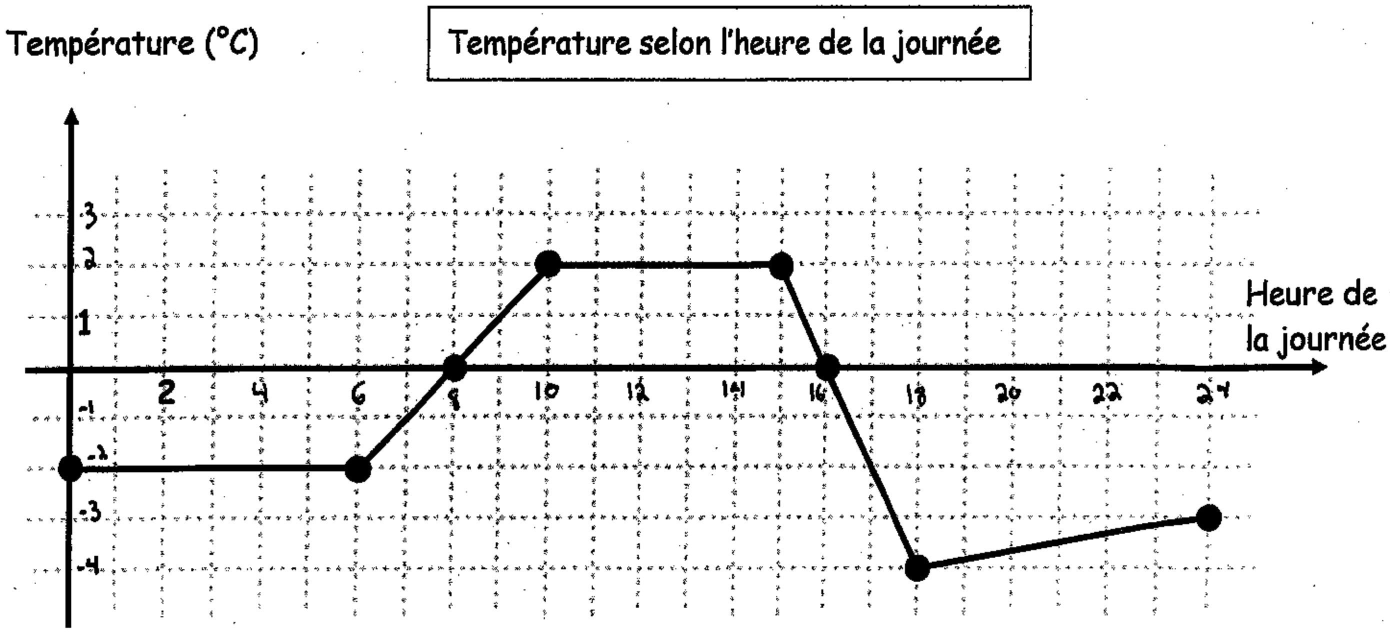
Signes de la fct

Positive : $x \in$ [0,25 ; 3,75]

Négative : $x \in$ [0 ; 0,25] ∪ [3,75 ; 4]

2) Effectuons l'étude de la fonction suivante :

Par une journée automnale, on observe la température extérieure en fonction de l'heure de la journée.

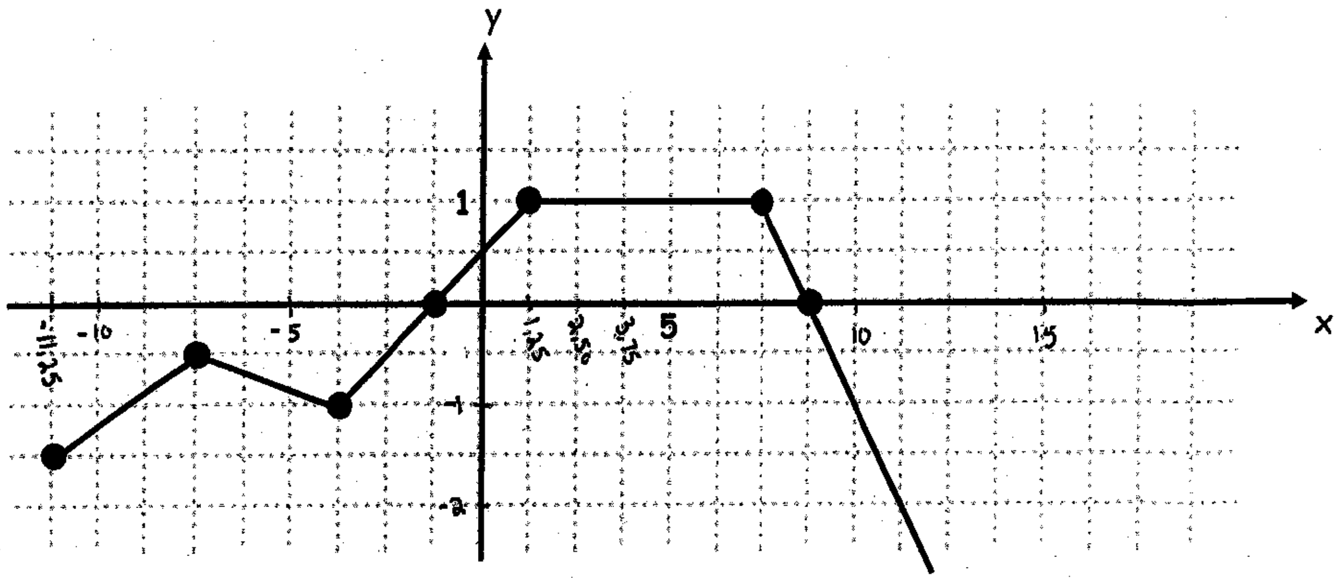


Dom :	$x \in$ [0,24]	Ima :	$y \in$ [-4, 2]
Min :	$y =$ -4	Max :	$y =$ 2
Croissance :	$x \in$ [6,10] ∪ [18,24]	Décroissance :	$x \in$ [15,18]
Zéro de la fct :	$x =$ 8 et 16	Ordonnée à l'origine :	$y =$ -2

Signes de la fct

Positive :	$x \in$ [8,16]	Négative :	$x \in$ [0,8] ∪ [16,24]

3) Effectuons l'étude de la fonction suivante :



Dom : $x \in$ [-11,25 ; ∞   Ima : $y \in$ -∞ , 1]

Min : $y =$ ∅   Max : $y =$ 1

Croissance : $x \in$ [-11,25 ; -7,5] ∪ [-3,75 ; 1,25]   Décroissance : $x \in$ [-7,5 ; -3,75] ∪ [7,5 ; ∞

Zéro de la fct : $x =$ -1,25 et 8,75   Ordonnée à l'origine : $y =$ 0,5

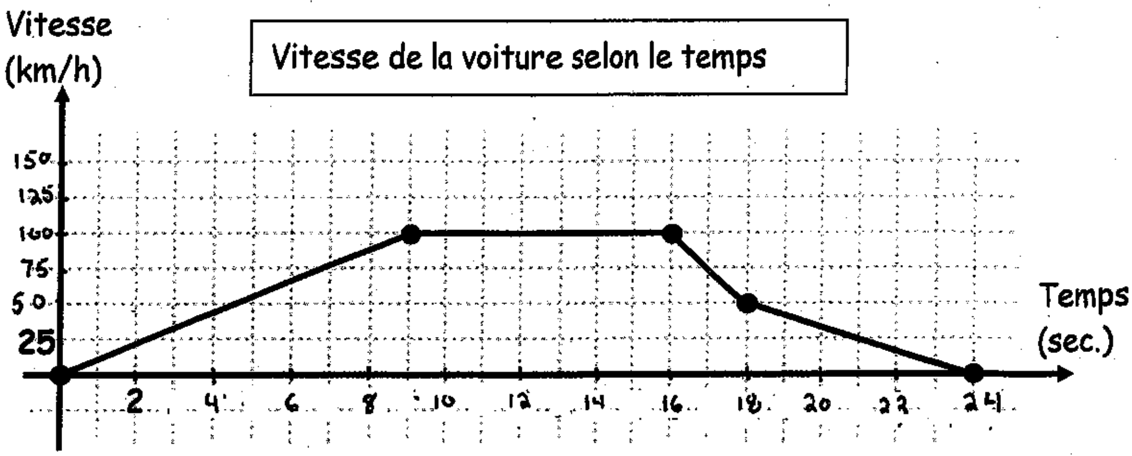
Signes de la fct

Positive : $x \in$ [-1,25 ; 8,75]   Négative : $x \in$ [-11,25 ; -1,25] ∪ [8,75 , ∞

Exercices :

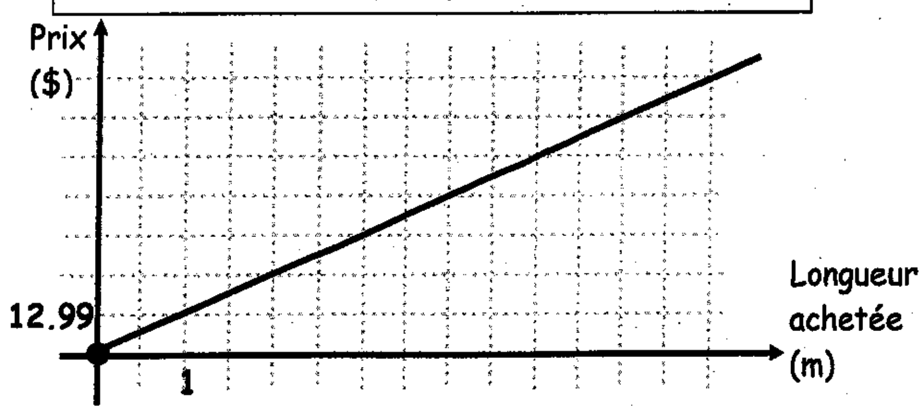
1) Effectue l'étude de la fonction dans les contextes suivants :

a) On observe la vitesse d'une voiture en fonction du temps.



Dom : $x \in$ [0, 24] Ima : $y \in$ [0, 100]
Min : $y =$ 0 Max : $y =$ 100
Croissance : $x \in$ [0, 9] Décroissance : $x \in$ [16, 24]
Zéro de la fct : $x =$ 0 et 24 Ordonnée à l'origine : $y =$ 0
Signes de la fct
Positive : $x \in$ [0, 24] Négative : $x \in$ $\varnothing$

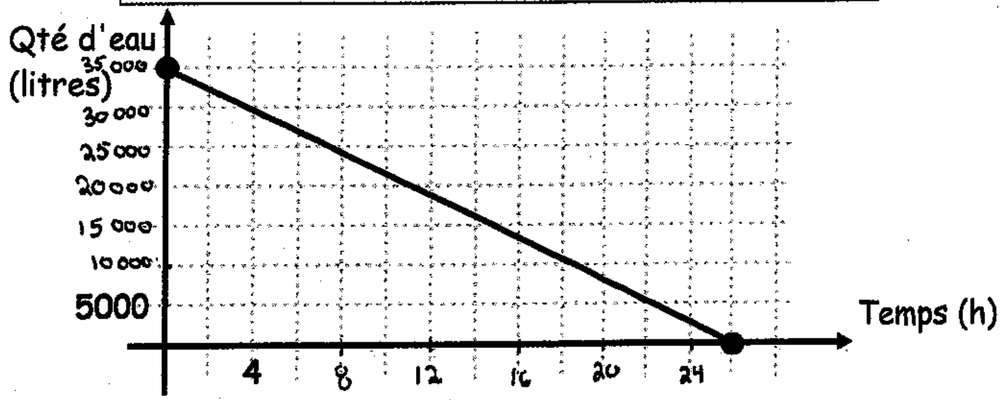
b) Le prix du tissu est déterminé par la longueur de tissu achetée.



Dom : $x \in$ [0, ∞ Ima : $y \in$ [0, ∞
Min : $y =$ 0 Max : $y =$ $\varnothing$
Croissance : $x \in$ [0, ∞ Décroissance : $x \in$ $\varnothing$
Zéro de la fct : $x =$ 0 Ordonnée à l'origine : $y =$ 0
Signes de la fct
Positive : $x \in$ [0, ∞ Négative : $x \in$ $\varnothing$

c) On vide une piscine pour le nettoyage des parois. La quantité d'eau restante dépend du temps écoulé.

Quantité d'eau restante selon le temps



Dom : $x \in$ [0, 26] — Ima : $y \in$ [0, 35 000]

Min : $y =$ 0 — Max : $y =$ 35 000

Croissance : $x \in$ Ø — Décroissance : $x \in$ [0, 26]

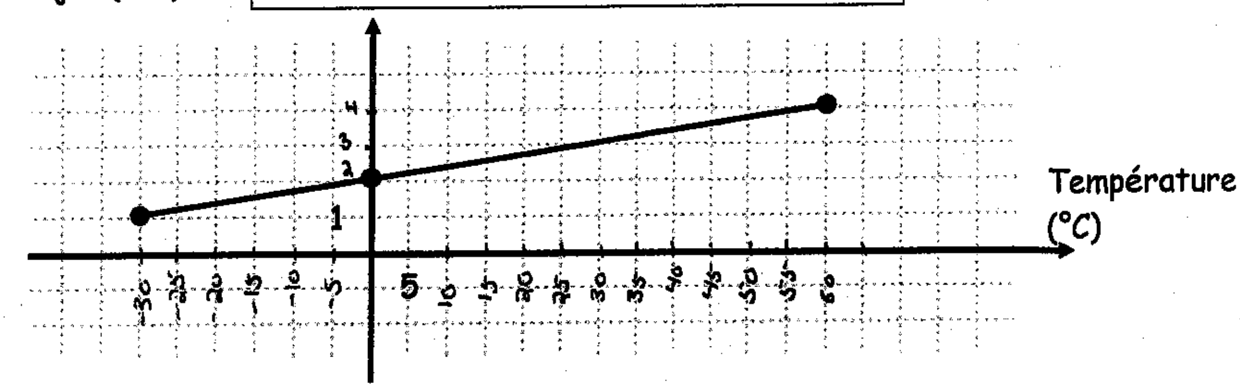
Zéro de la fct : $x =$ 26 — Ordonnée à l'origine : $y =$ 35 000

Signes de la fct

Positive : $x \in$ [0, 26] — Négative : $x \in$ Ø

d) On étudie le volume d'un objet en fonction de la température à laquelle est soumis l'objet.

Volume de l'objet selon la température



Dom : $x \in$ [-30, 60] — Ima : $y \in$ [1, 4]

Min : $y =$ 1 — Max : $y =$ 4

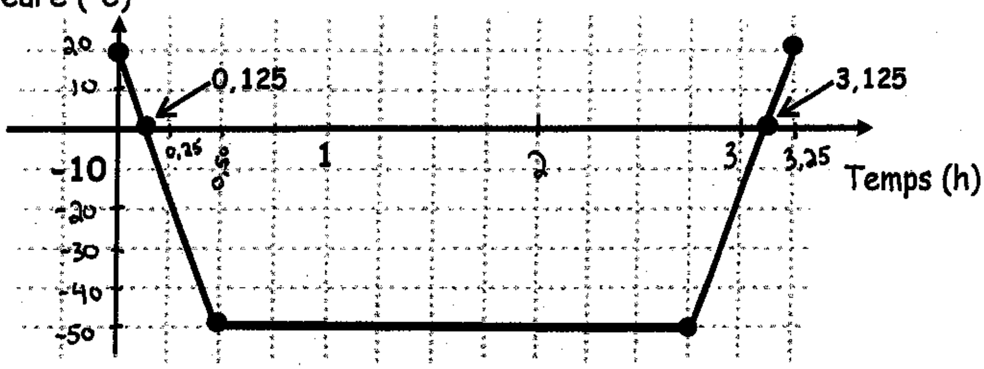
Croissance : $x \in$ [-30, 60] — Décroissance : $x \in$ Ø

Zéro de la fct : $x =$ Ø — Ordonnée à l'origine : $y =$ 2

Signes de la fct

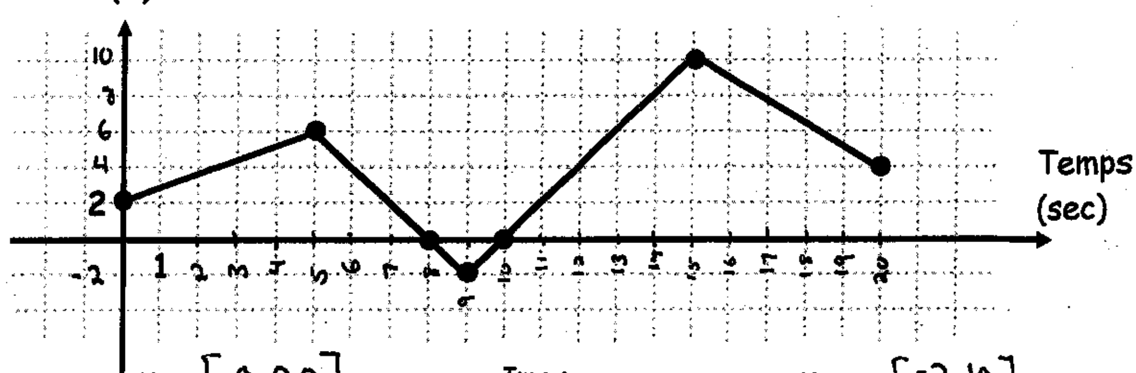
Positive : $x \in$ [-30, 60] — Négative : $x \in$ Ø

e) Un avion décolle, vole un bout de temps en altitude, puis redescend pour se poser. On considère la relation entre la température extérieure en °C de l'avion en fonction du temps écoulé depuis le décollage en heures.



Dom : $x \in$ [0 ; 3,25]
Ima : $y \in$ [-50, 20]
Min : $y =$ -50
Max : $y =$ 20
Croissance : $x \in$ [2,75 ; 3,25]
Décroissance : $x \in$ [0 ; 0,5]
Zéro de la fct : $x =$ 0,125 et 3,125
Ordonnée à l'origine : $y =$ 20
Signes de la fct
Positive : $x \in$ [0 ; 0,125] U [3,125 ; 3,25]
Négative : $x \in$ [0,125 ; 3,125]

f) On étudie l'altitude d'un cormoran au cours d'un vol de 20 secondes. On regarde donc l'altitude de l'oiseau selon le temps.



Dom : $x \in$ [0,20]
Ima : $y \in$ [-2,10]
Min : $y =$ -2
Max : $y =$ 10
Croissance : $x \in$ [0,5] U [9,15]
Décroissance : $x \in$ [5,9] U [15,20]
Zéro de la fct : $x =$ 8 et 10
Ordonnée à l'origine : $y =$ 2
Signes de la fct
Positive : $x \in$ [0,8] U [10,20]
Négative : $x \in$ [8,10]

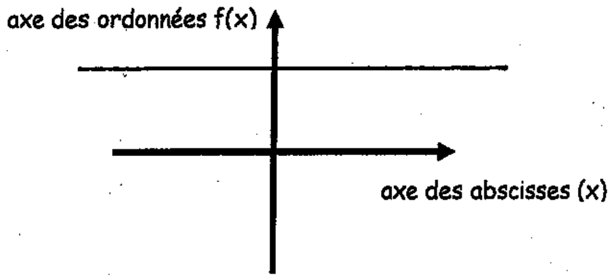
5. Les fonctions

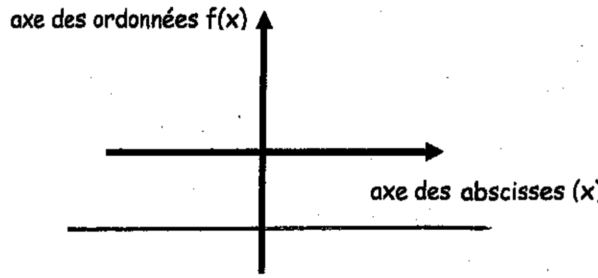
En troisième secondaire nous étudions 2 fonctions : la fonction affine et la fonction inverse. Il est primordial de toujours savoir à quelle fonction vous avez à faire.

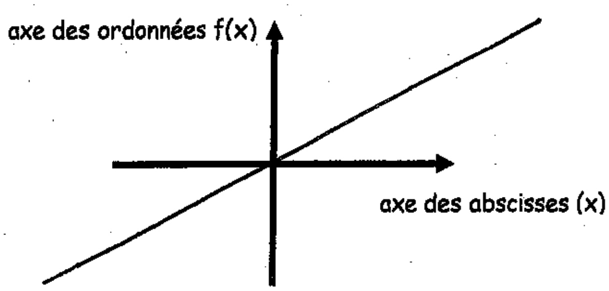
5.1 Déterminer le type de fonction à partir d'un graphique.

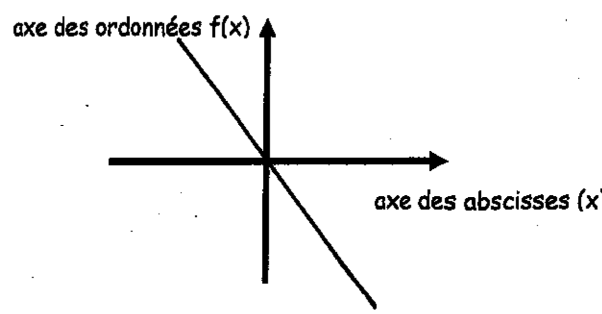
Fonction affine

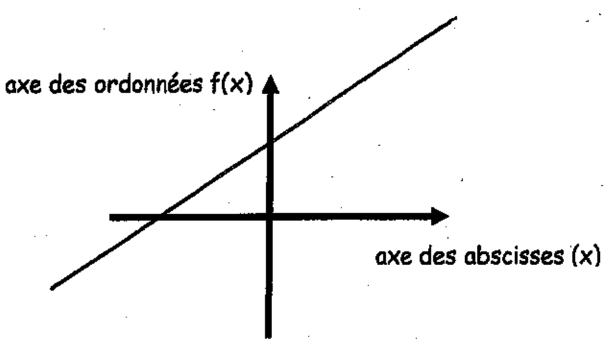
Le **graphique** d'une fonction affine a l'**allure d'une** droite.
Toutes les droites représentent des fonctions affines.

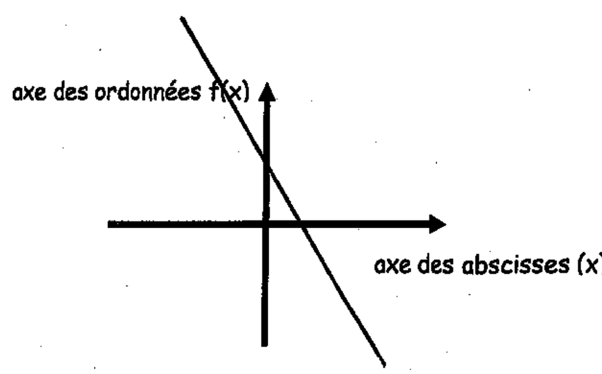










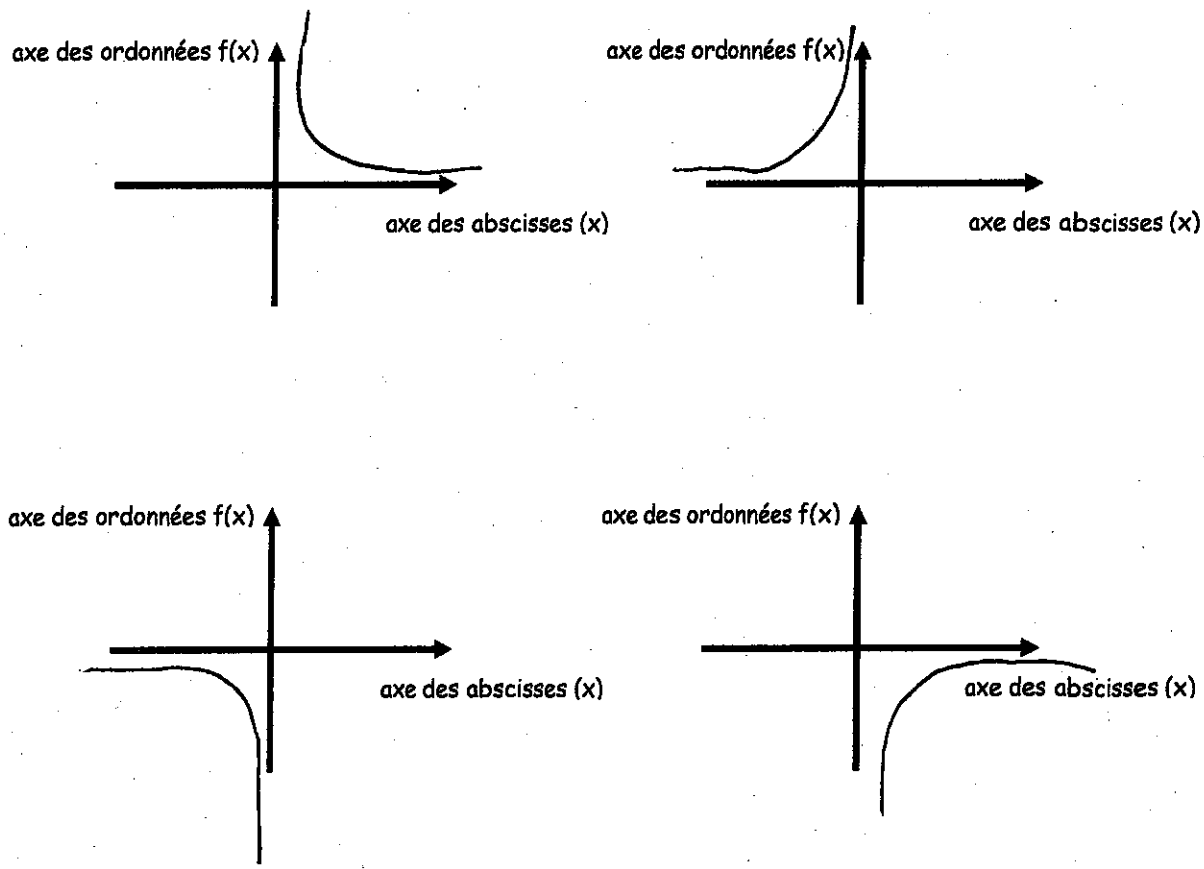


Fonction inverse

Le graphique de cette fonction possède 2 caractéristiques :

a) Il a l'allure d'une courbe.

b) Cette courbe ne touchera jamais aux axes.



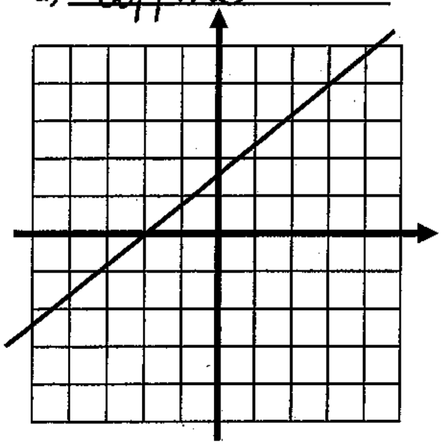
Si le graphique que vous rencontrez n'est ni une droite, ni une courbe ne touchant pas aux axes, alors vous êtes en présence d'un autre type de fonctions.

Il existe plusieurs types de fonctions ; quadratique, exponentielle, logarithmique, sinusoïdale, valeur absolue, ... mais en 3^e secondaire nous étudions seulement la fonction affine et la fonction inverse.

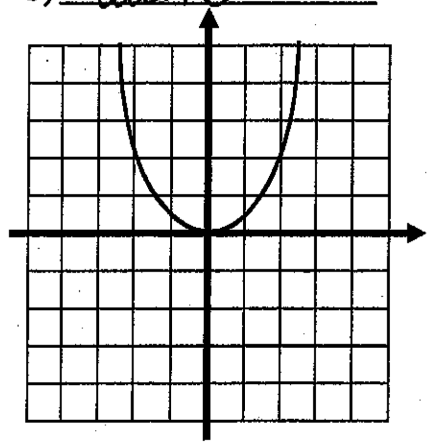
Exercices

Détermine le type de fonction (affine, inverse ou autre) de chacun des graphiques suivants.

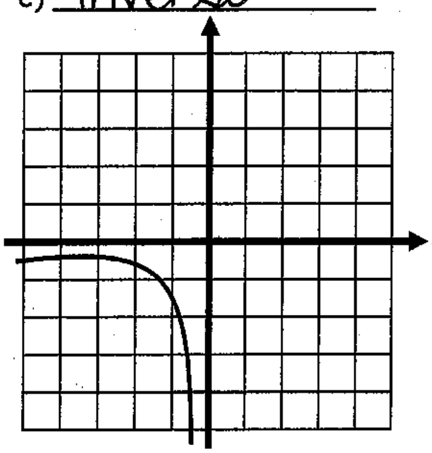
a) affine



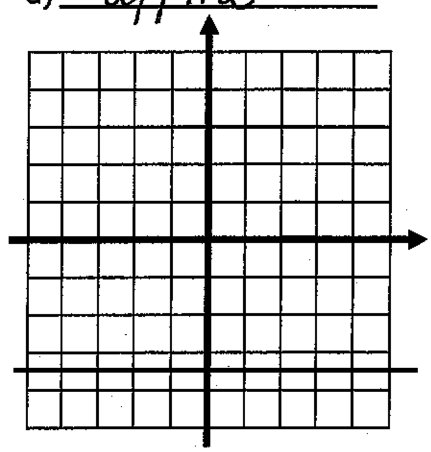
b) autre



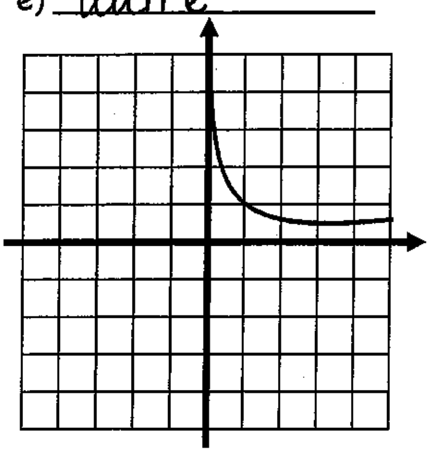
c) inverse



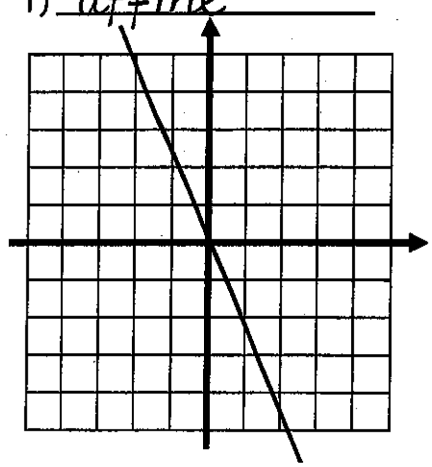
d) affine



e) autre



f) affine



5.2 Déterminer le type de fonction à partir d'une table de valeurs.

Voici 3 tables de valeurs. Il faut déterminer quel type de fonction chacune d'entre elle représente.

x	y
2	-8
3	-18
4	-32

X	Y
2	-72
3	-48
4	-36

x	y
2	2
3	-2
4	-6

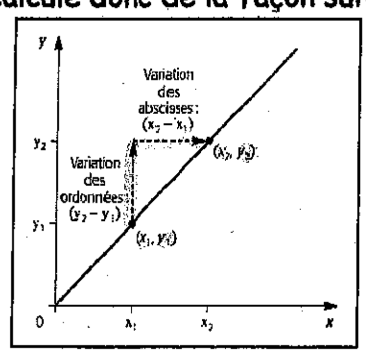
	Fonction Affine	Fonction Inverse
Indice pour déterminer le type de fonction dans une table de valeurs (Test)	Calculer le **taux de variation** 2 fois (avec des couples différents). Tu dois obtenir la même réponse, sinon ce n'est pas une fonction affine.	Calculer la constante « **k** » 2 fois (avec des couples différents). Tu dois obtenir la même réponse, sinon ce n'est pas une fonction inverse.

Fonction affine :

Le taux de variation d'une situation représente l'écart de variation de la variable dépendante (y) par rapport à l'écart de variation de la variable indépendante (x).

Le **taux de variation** se calcule donc de la façon suivante :

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$



Lorsque le taux de variation est **positif**, la droite représentant la fonction monte. Lorsque le taux de variation est **négatif**, la droite représentant la fonction descend.

Dans la **table de valeurs** d'une fonction affine, le **taux de variation sera toujours** constant (On obtiendra toujours le même taux de variation, peu importe les couples de coordonnées choisis pour le calculer.).

Exemple :

On vérifie si le taux de variation est constant :

Taux de variation = $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

X	f(x)
-3	-18
2	17
9	66
18	129
21	150

Vérification :

$(\underset{x_1}{-3}, \underset{y_1}{-18})$ et $(\underset{x_2}{2}, \underset{y_2}{17})$	$(\underset{x_1}{9}, \underset{y_1}{66})$ et $(\underset{x_2}{18}, \underset{y_2}{129})$
T.V. $= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{17 - -18}{2 - -3}$	T.V. $= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{129 - 66}{18 - 9}$
$= \frac{35}{5}$	$= \frac{63}{9}$
$= 7$	$= 7$

Quel est le type de cette fonction? : Affine, car le taux de variation est constant.

Fonction inverse :

Dans une fonction inverse, le **produit de la variable indépendante et de la variable dépendante** est constant. (On obtiendra toujours le même produit, peu importe les couples de coordonnées choisis pour le calculer.) Il se calcule de la façon suivante :

$$\boxed{\text{Constante} = y \cdot x}$$

Exemple :

X	2	4	6	12
f(x)	18	9	6	3
constante	36	36	36	36

Quel est le type de cette fonction ?

Inverse, car le produit de x par y est constant.

Revenons au problème de départ. Trouve le type de fonction associé à chacune des tables de valeurs ci-dessous.

1

x	y
2	-8
3	-18
4	-32

Autre

2

x	y
2	-72
3	-48
4	-36

Inverse

3

x	y
2	2
3	-2
4	-6

Affine

Démarche :

1 Test #1

$T.V. = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-18 - -8}{3-2} = \frac{-10}{1} = -10$

$T.V. = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-32 - -18}{4-3} = \frac{-14}{1} = -14$

taux de variation différents, donc pas affine

Test #2

constante $= y \cdot x = -8 \cdot 2 = -16$

constante $= y \cdot x = -18 \cdot 3 = -54$

constantes différentes, donc pas inverse

2 Test #1

$T.V. = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-48 - -72}{3-2} = \frac{24}{1} = 24$

$T.V. = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-36 - -48}{4-3} = \frac{12}{1} = 12$

taux de variation différents, donc pas affine

Test #2

constante $= y \cdot x = 2 \cdot -72 = -144$

constante $= y \cdot x = 3 \cdot -48 = -144$

constantes pareilles, donc inverse

3 Test #1

$T.V. = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-2 - 2}{3-2} = \frac{-4}{1} = -4$

$T.V. = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-6 - -2}{4-3} = \frac{-4}{1} = -4$

taux de variation pareils, donc affine

Exercices

Détermine le type de fonction (affine, inverse ou autre) associée à chacune des tables de valeurs suivantes :

a)

x	y
-10	-2
-5	-4
5	4
10	2

Inverse

b)

x	y
-10	-28
-5	-13
5	17
10	32

affine

c)

x	y
-10	17
-5	12
5	2
10	-3

affine

d)

x	y
-10	100
-5	25
5	25
10	100

autre

e)

x	y
2	45
5	18
9	10
15	6

Inverse

f)

x	y
-8	-3
-6	-4
3	8
12	2

Inverse

g)

x	y
-4	24
-2	6
6	54
8	96

autre

h)

x	y
-6	-33
-3	-18
4	17
7	32

affine

5.3 Déterminer le type de fonction à partir de l'équation.

Note :

Lorsque l'on nomme une fonction par une lettre, on peut utiliser la notation fonctionnelle pour désigner la valeur de la variable dépendante (y).

- Par exemple, si notre fonction s'appelle «Fonction f», la variable dépendante pourrait être désignée par y ou *f(x)*.

  La notation *f(x)* se lit « *f* de *x*».

  La notation *g(x)* se lit «*g* de *x*».

Fonction affine :

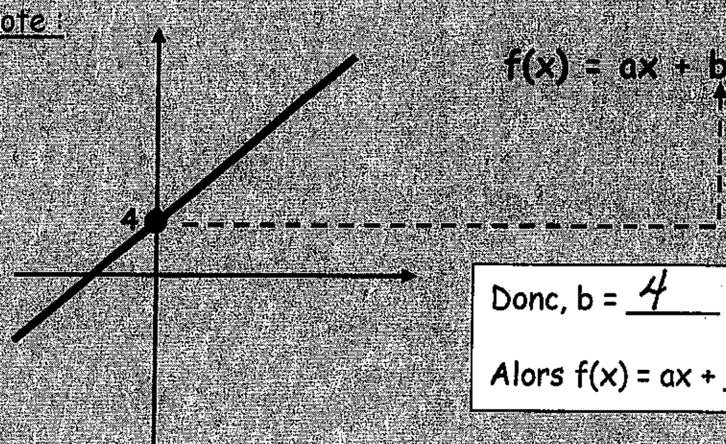
L'équation d'une fonction affine a la **forme suivante** :

$$f(x) = \underline{\ a\ } \cdot x + \underline{\ b\ }$$

Dans la fonction affine, le paramètre a correspond au taux de variation

Dans la fonction affine, le paramètre b correspond à l'ordonnée à l'origine.

Note :



Donc, b = 4

Alors f(x) = ax + 4

Fonction inverse :

L'équation d'une fonction inverse a la **forme suivante** :

$$\boxed{f(x) = \frac{k}{x}}$$

Dans la fonction inverse, le paramètre k se nomme la constante.

	Fonction Affine	**Fonction Inverse**
Modèle d'équation	$f(x) = ax + b$ a : taux de variation b : ordonnée à l'origine	$f(x) = k/x$ k : constante

Exercices

1) Parmi les équations suivantes, encercle celles qui représentent une fonction affine et fais un X sur celles qui représentent une fonction inverse.

$y = x^2 + 3$ $y = \frac{-2x}{5} + \frac{1}{8}$ $y = \frac{(x+7)}{3}$

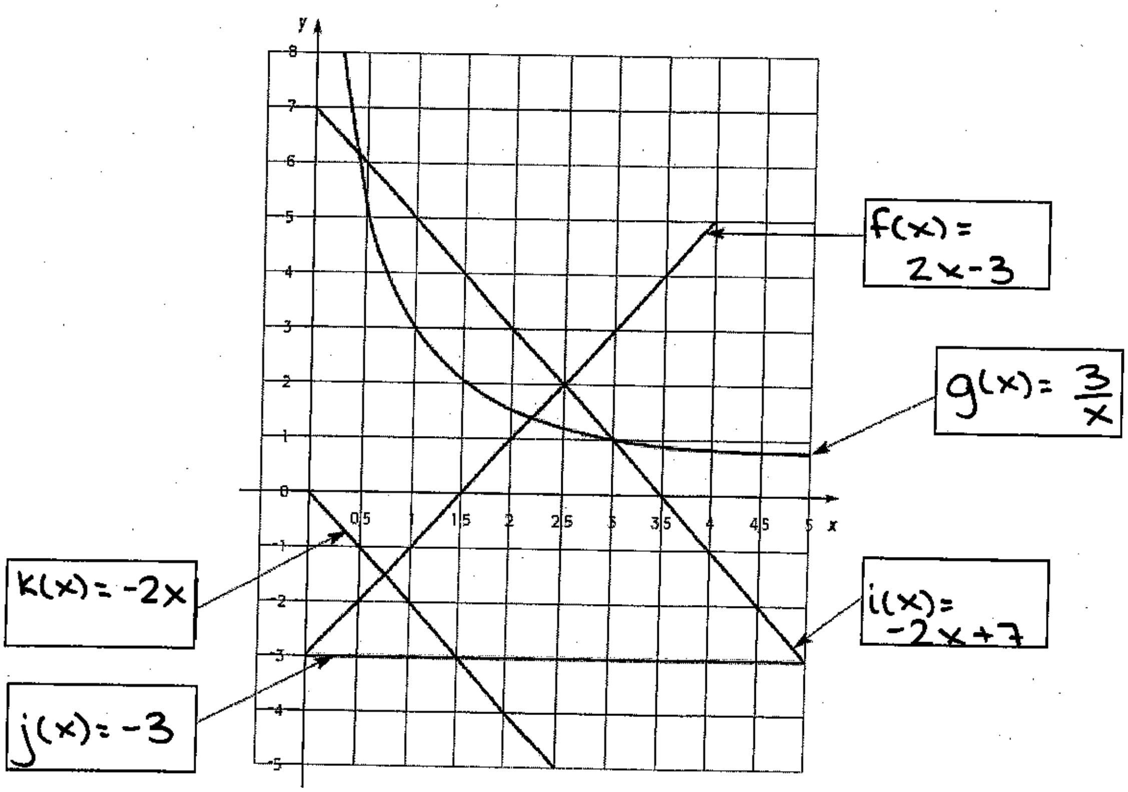
$y = 4x + \frac{3}{7}$ $y = \frac{x}{4}$ $y = \cancel{\frac{3}{x}}$

$y = \cancel{\frac{-8}{x}}$ $y = 5(x-2)^2$ $y = -5x + 12$

2) Associe la bonne équation à chacune des 5 fonctions représentées dans le plan cartésien.

$f(x) = 2x - 3$ $g(x) = \frac{3}{x}$ $h(x) = 2x$ $i(x) = -2x + 7$

$j(x) = -3$ $k(x) = -2x$ $l(x) = \frac{-x}{2} + 3{,}5$



5.4 Déterminer l'équation d'une fonction à partir d'une table de valeurs.

Fonction affine :

x	f(x)
-5	65
-1	17
2	-19
8	-91
16	-187

Étape 1 : On trouve la valeur du paramètre a :

a = $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Vérification :

$(-5, 65)$ et $(-1, 17)$ $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{17 - 65}{-1 + 5}$ $= \frac{-48}{4} = -12$	$(2, -19)$ et $(8, -91)$ $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-91 + 19}{8 - 2}$ $= \frac{-72}{6} = -12$

Donc, la valeur du paramètre a = -12

Si on avait trouvé a = 0, alors ce serait une fonction affine nulle et l'équation serait alors la suivante : $y = 0x + b \Rightarrow y = b$
→ Droite horizontale

Étape 2 : On trouve la valeur du paramètre b :

x	f(x)
-5	65
-1	17
2	-19
8	-91
16	-187

Méthode d'isolation du b : * $(-5, 65)$

$$f(x) = ax + b$$

$$f(x) = -12 \cdot x + b$$

$$65 = -12 \cdot -5 + b$$

$$65 = 60 + b$$

$$-60 \quad -60$$

$$5 = b$$

On choisit un couple dans la table que l'on remplace dans l'équation.

Équation trouvée : $f(x) = -12x + 5$

Si on avait trouvé b = 0 en utilisant la méthode d'isolation du b, alors ce serait une fonction affine linéaire et l'équation serait alors la suivante : $y = ax + 0 \Rightarrow y = ax$
→ Droite passant par (0, 0).

Fonction inverse :

Étape 1 : On trouve la valeur du paramètre k :

k = $y \cdot x$

X	f(x)	Vérification $x \bullet y = k$
-9	-4,9	44,1
-2	-22,05	44,1
4	11,025	44,1
12	3,675	44,1
21	2,1	44,1

Donc, la valeur du paramètre k = 44,1

Équation trouvée : $f(x) = \frac{44,1}{x}$

Exercices

1) Trouve l'équation associée à chacune des tables de valeurs suivantes.

a) $j(x) = -0,7x + 2$

x	j(x)
-4	4,8
-1	2,7
2	0,6
6	-2,2

b) $f(x) = \frac{24}{x}$

x	f(x)
6	4
4	6
2	12

c) $k(x) = 4,5x + 9$

x	k(x)
8	45
14	72
21	103,5

d) $h(x) = \frac{70}{x}$

x	h(x)
2	35
5	14
7	10

e) $i(x) = 3x - 6$

x	i(x)
-15	-51
-7	-27
-3	-15

f) $g(x) = \frac{300}{x}$

x	g(x)
10	30
20	15
30	10

2) Écris la règle d'une fonction affine passant par les points suivants.

a) (1, 3) et (3, 5)

b) (2, 1) et (6, 4)

$y = 1x + 2$

$y = 0{,}75x - 0{,}5$

c) (2, 3) et (- 1, 6)

d) (- 1, 2) et (3, 4)

$y = -1x + 5$

$y = 0{,}5x + 2{,}5$

3) Les droites suivantes passent toutes par le point (1, ⁻ 3). Trouve la règle des fonctions affines dont le taux de variation est :

a) $a = 0$

$y = -3$

b) $a = \frac{5}{4}$

$y = 1{,}25x - 4{,}25$

c) $a = 4$

$y = 4x - 7$

d) $a = -8$

$y = -8x + 5$

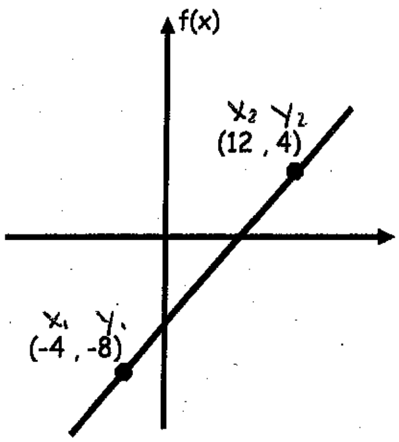
5.5 Déterminer l'équation d'une fonction à partir d'un graphique.

Fonction affine :

Lorsque le graphique est fourni, on n'a pas besoin de vérifier que le taux de variation est constant pour savoir que c'est une fonction affine, puisque la droite nous l'indique.

Nous savons donc que l'équation serait sous la forme : $y = ax + b$

Étape 1 : Trouver la valeur du paramètre a :



Démarche :

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4 - -8}{12 - -4} = \frac{12}{16} = 0,75$$

$$a = 0,75$$

Étape 2 : Trouver la valeur du paramètre b :

$f(x) = 0,75x + b$

$4 = 0,75 \cdot 12 + b$

$4 = 9 + b$

$-9 \quad -9$

$-5 = b$

> **Note :**
>
> Lorsque le graphique indique clairement la valeur du paramètre b (ordonnée à l'origine), il n'est pas nécessaire de le calculer.

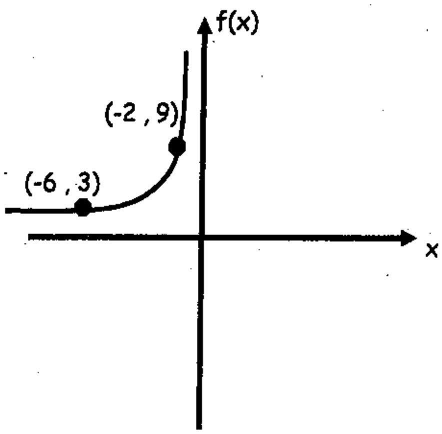
Équation : $f(x) = 0,75x - 5$

Fonction inverse :

Lorsque le graphique est fourni, on n'a pas besoin de calculer le paramètre k pour tous les couples de coordonnées pour savoir que c'est une fonction inverse, puisque la courbe nous l'indique.

Nous savons donc que l'équation serait sous la forme : $f(x) = k/x$

Trouver la valeur du paramètre k :



Démarche :

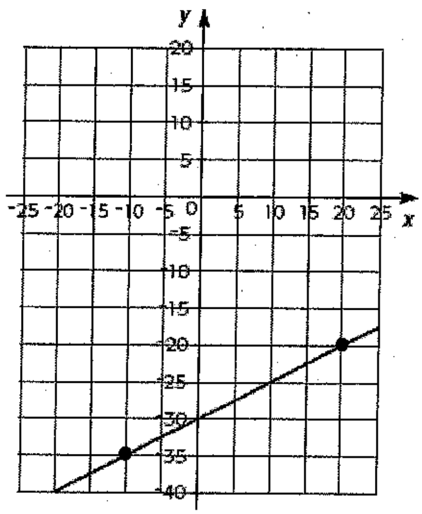
x	f(x)	$k = y \cdot x$
-6	3	-18
-2	9	-18

Équation : $f(x) = \frac{-18}{x}$

Exercices

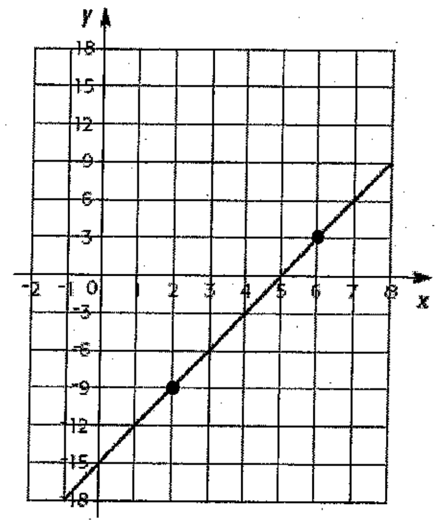
1) Écris la règle des fonctions suivantes.

a)



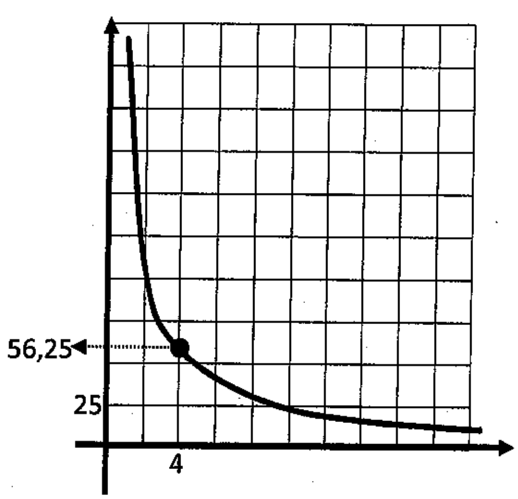
$y = 0{,}5x - 30$

b)



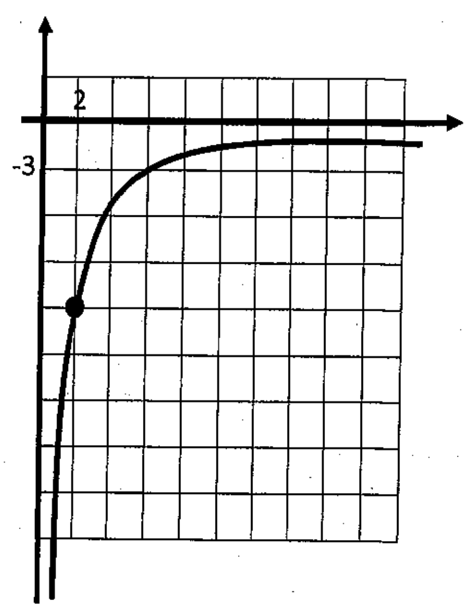
$y = 3x - 15$

c)



$y = \frac{225}{x}$

d)



$y = \frac{-24}{x}$

5.6 Utilité de l'équation d'une fonction

Lorsque tous les paramètres d'une équation sont des nombres connus **(paramètres a et b connus pour la fonction affine / paramètre k connu pour la fonction inverse)**, on peut alors utiliser l'équation.

Exemples :

$p(x) = 3x + 5$ $\qquad\qquad$ $t(x) = \frac{35}{x}$

Ainsi, si l'on nous fournit la valeur du x ou du y, on peut remplacer la valeur donnée dans l'équation et trouver la valeur de l'autre variable.

Exemples :

Trouve la valeur de la variable y lorsque le x vaut 4.

$p(x) = 3x + 5$
$p(x) = 3 \cdot 4 + 5$
$p(x) = 17$

$t(x) = \frac{35}{x}$
$t(x) = \frac{35}{4}$
$t(x) = 8,75$

Trouve la valeur de la variable x lorsque le y vaut 15

$p(x) = 3x + 5$
$15 = 3x + 5$
$-5 \qquad -5$
$\frac{10}{3} = \frac{3x}{3}$
$3,33 = x$

$t(x) = \frac{35}{x}$
$\frac{15}{1} = \frac{35}{x}$
$15 \cdot x = 1 \cdot 35$
$\frac{15x}{15} = \frac{35}{15}$
$x = 2,33$

Attention à la notation fonctionnelle!

$p(x) = 3x + 5$ $\qquad\qquad$ $t(x) = \dfrac{35}{x}$

ou $t(7)$

▶ Si on vous demande de trouver la valeur de **p(7)**, on veut que vous remplaciez le x par 7 dans l'équation pour trouver la valeur du y quand **le x vaut 7**.

$$p(x) = 3x + 5$$
$$p(7) = 3 \cdot 7 + 5$$
$$p(7) = 26$$

$$t(x) = \frac{35}{x}$$
$$t(7) = \frac{35}{7}$$
$$t(7) = 5$$

ou $t(x) = 35$

▶ Si on vous demande de trouver la valeur de x lorsque **p(x) = 35** , on veut que vous remplaciez le y par 35 dans l'équation pour trouver la valeur du x quand **le y vaut 35**.

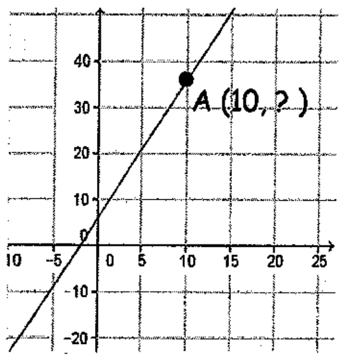
$$p(x) = 3x + 5$$
$$35 = 3x + 5$$
$$-5 \qquad\qquad -5$$
$$\frac{30}{3} = \frac{3x}{3}$$
$$10 = x$$

$$t(x) = \frac{35}{x}$$
$$\frac{35}{1} = \frac{35}{x}$$
$$35 \cdot x = 1 \cdot 35$$
$$\frac{35x}{35} = \frac{35}{35}$$
$$x = 1$$

Exercices

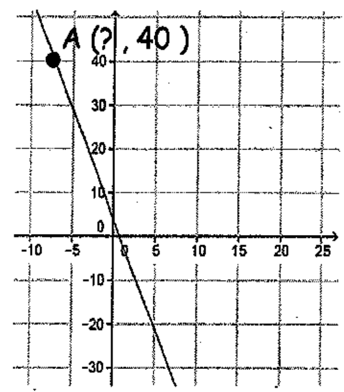
1) Détermine la coordonnée manquante (x et/ou y) du point A dans chacun des graphiques suivants :

a) Équation : $g(x) = 3x + 6$



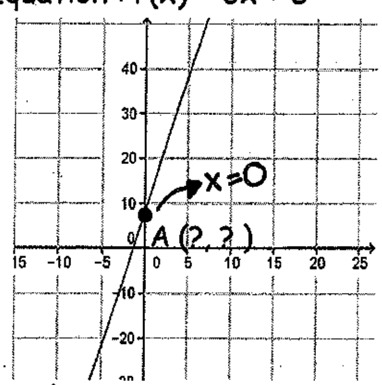
Réponse : $y = 36$.

b) Équation : $m(x) = -5x + 4$



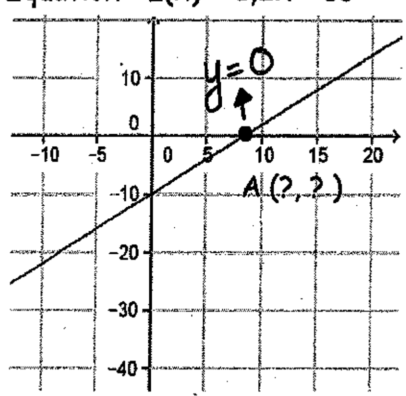
Réponse : $x = -7,2$

c) Équation : $r(x) = 6x + 8$



Réponse : (0, 8)

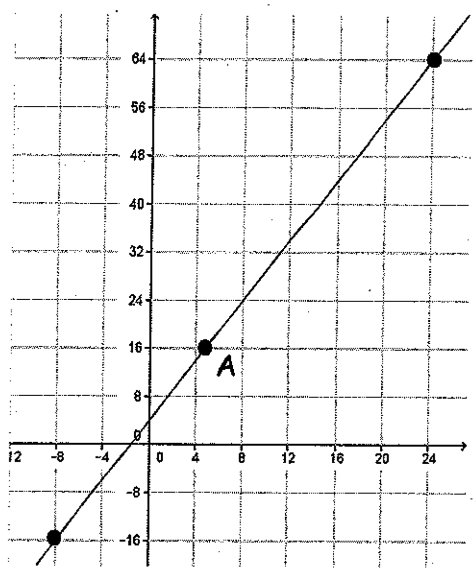
d) Équation : $z(x) = 1,2x - 10$



Réponse : (8,33 ; 0)

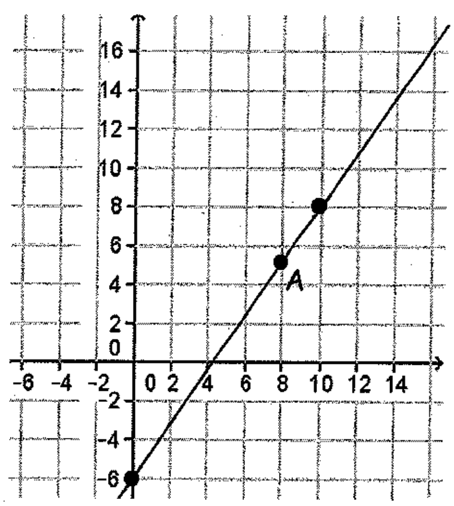
2) Trouve l'équation de chacune des fonctions représentées dans les graphiques ci-dessous et détermine la coordonnée inconnue du point A.

a)



Équation : $f(x) = 2{,}5x + 4$ Coordonnée du point A : (4,8 ; 16)

b)



Équation : $f(x) = 1{,}4x - 6$ Coordonnée du point A : (8 ; 5,2)

3) À l'aide de la table de valeurs suivante, réponds aux questions.

x	t(x)
-2	0
2	-10
5	-17,5

a) Est-ce que le **taux de variation** est constant ? Oui

b) De quel type de fonction s'agit-il? affine

c) Quelle est l'équation de cette fonction?

Réponse : $t(x) = -2,5x - 5$

d) Si la valeur de t(x) = 32,5, quelle est la valeur de x?

Réponse : $x = -15$

4) Détermine, pour chaque fonction, la valeur demandée.

a) Fonction : $f(x) = 3x - 8$

si $f(x) = 18$, alors $x =$ 8,67

si $f(5)$, alors $f(x) =$ 7

b) Fonction : $t(x) = \frac{42}{x}$

si $t(x) = 6$, alors $x =$ 7

si $t(2)$, alors $t(x) =$ 21

c) Fonction : $k(x) = -6x - 23$

si $k(x) = 57$, alors $x =$ -13,33

si $k(13)$, alors $k(x) =$ -101

d) Fonction : $h(x) = \frac{156}{x}$

si $h(x) = 12$, alors $x =$ 13

si $h(8)$, alors $h(x) =$ 19,5

e) Fonction : $j(x) = 9x -87$

si $j(x) = -16$, alors $x =$ 7,89

si $j(21)$, alors $j(x) =$ 102

5.7 Déterminer l'équation d'une fonction à partir d'une situation en texte.

Fonction affine : **Situation qui** augmente **ou qui** diminue **de façon constante.**

- Dans une situation en texte, le taux de variation (a) représente le rythme auquel la situation évolue. C'est la quantité qui augmente ou diminue de façon constante à chaque fois.

- Dans une situation en texte, l' ordonnée à l'origine (b) représente la valeur initiale de la situation. C'est la quantité de base, de départ.

Exemple :

Un marin jette à l'eau son ancre qui s'accrochera au fond marin, situé à 30 m au-dessous du niveau de la mer, pour retenir son bateau et empêcher sa dérive. L'ancre est mise à l'eau à partir d'une altitude de 5 m au-dessus du niveau de la mer. Elle descend à une vitesse de 0,25 m par minute. → affine

b

(−) a

x: temps (min.)
y: Altitude de l'ancre (m)

Équation : $y = {}^{-}0{,}25x + 5$

Fonction inverse : Situation de partage

- Dans une situation en texte, le paramètre k représente souvent la quantité de base à partager.

Exemple :

inverse

k

Le prix total d'un concours est un montant de 6000$. Pour mériter une part de ce prix, les participants devaient répondre correctement à une question quiz. On s'intéresse au montant d'argent gagné par personne selon le nombre de personnes ayant obtenu une bonne réponse.

x: nb pers.
y: Montant gagné par pers. ($)

Équation : $y = \frac{6000}{x}$

	Fonction Affine	**Fonction Inverse**
Situation en texte	Situation qui augmente ou qui diminue toujours de la même façon. a : rythme, vitesse, débit. b : qté de départ de base	Situation de partage k : qté à partager

6. Résoudre des situations en texte

Lorsque l'on veut résoudre un problème en texte, on doit suivre ces 5 étapes :

1- Identifier le type de fonction :

Affine OU Inverse ?

Affine : ↗ ou ↘ toujours de la même façon

Inverse : Partage

2- Identifier les variables dépendante et indépendante

Affine

y : Qu'est-ce que j'observe augmenter ou diminuer ?

x : Selon quoi ?

Inverse

y : Qté obtenue suite au partage.

x : Ce par quoi on divise.

3- Reconnaître les informations

Affine

a :

b :

couple(s) :

x	y

Inverse

k :

couple :

x	y

4- Construire l'équation

Affine $y = ax + b$

Inverse $y = \frac{k}{x}$

5- **Répondre à la question en utilisant l'équation. Remplacer le nombre donné dans la question au bon endroit dans l'équation (soit à la place du *x* ou à la place du *y*).** *On peut s'aider des unités de mesure pour savoir si le nombre va dans les x ou dans les y.*

Fonction affine :

Exemple 1 :

Un nouveau propriétaire de maison veut faire clôturer sa cour. La compagnie avec laquelle il fait affaire lui facture 39$ du mètre ainsi que 852$ pour l'installation. Si le périmètre de la cour de ce propriétaire est de 17 mètres, combien cela lui coûtera-t-il au total? ① affine

② x : nb de mètres
y : coût total

③ Info : a : 39
b : 852
couple : —

④ $y = 39x + 852$

⑤ $y = 39 \cdot 17 + 852$
$y = 663 + 852$
$y = 1515$

Réponse : 1515 $.

Exemple 2 :

Une retraitée s'inscrit à un cours de broderie. Elle doit payer son inscription ainsi que le fil qu'elle utilise durant ses cours. Le fil se vend 0,32$ le mètre. À la fin de sa session, elle a utilisé 5 mètres de fil et elle a dépensé 114,59$ au total. Une amie, qui suit le même cours, a dû débourser 115,71$ au total, combien de mètres de fil cette amie a-t-elle utilisée durant le cours? ① Affine

② x : nb de mètre
y : coût total

③ Info
a : 0,32
b : —
couple : (5, 114,59)

④ $y = 0{,}32x + b$
$114{,}59 = 0{,}32 \cdot 5 + b$
$114{,}59 = 1{,}6 + b$
$-1{,}6 \qquad -1{,}6$
$112{,}99 = b$

⑤ $y = 0{,}32x + 112{,}99$
$115{,}71 = 0{,}32x + 112{,}99$
$-112{,}99 \qquad -112{,}99$
$2{,}72 = 0{,}32x$
$\div 0{,}32 \qquad \div 0{,}32$
$8{,}5 = x$

Réponse : 8,5 m.

Exemple 3 :

Un entrepreneur en construction doit louer une machine pour effectuer un travail. On lui a facturé un montant de 118$ en frais de location et il devra également payer un certain montant d'argent par jour de location. L'entrepreneur a loué la machine pour une durée de 4 jours et le montant total de sa facture s'est élevé à 224,20$. À combien s'élèverait sa facture s'il avait loué la machine pendant 7 jours? ① Affine

② x : nb jours de location
y : coût pour la location

③ Infos : $b = 118$
couple : $(4 ; 224{,}20)$
$a = -$

④ $y = ax + 118$

$$\begin{array}{r|l} 224{,}20 = & a \cdot 4 + 118 \\ -118 & \quad -118 \\ 106{,}2 = & a \cdot 4 \\ \div 4 & \div 4 \\ 26{,}55 = & a \end{array}$$

⑤ $y = 26{,}55x + 118$

$y = 26{,}55 \cdot 7 + 118$

$y = 303{,}85$

Réponse : 303,85 $.

Exemple 4 :

Un employé de la ville de Montréal est payé à l'heure. S'il travaille 40 heures dans sa semaine, il gagne un salaire de 1040$ brut. S'il travaille 70 heures par semaine, il gagne 1670$ brut. Quel salaire brut gagne-t-il s'il travaille 25 heures dans sa semaine? ① affine

② x : nb heures travaillées
y : Salaire ($)

③ Info
couple : $(\overset{x_1}{40}, \overset{y_1}{1040})$
couple : $(\overset{x_2}{70}, \overset{y_2}{1670})$
$a : -$
$b : -$

④ $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1040 - 1670}{40 - 70} = \frac{-630}{-30} = 21$

$y = 21x + b$

$$\begin{array}{r|l} 1670 = & 21 \cdot 70 + b \\ 1670 = & 1470 + b \\ -1470 & -1470 \\ 200 = & b \end{array}$$

$y = 21x + 200$

⑤ $y = 21x + 200$

$y = 21 \cdot 25 + 200$

$y = 525 + 200$

$y = 725$

Réponse : 725 $.

Exemple 5 :

Une piscine de 24 pieds de diamètre contient 51 381 litres d'eau. Le propriétaire de cette piscine veut vider sa piscine pour l'hiver. Pour ce faire, il utilise une pompe qui retire 22 800 litres d'eau par heure. Combien de temps cela prend-il pour qu'il reste 15 000 litres d'eau dans la piscine? ① Affine

② x : temps (heure)
y : nb litre d'eau restant

③ Info
a : -22800
b : 51 381
couple : -

④ $y = -22\,800x + 51\,381$

⑤

15000	=	-22800x + 51381
-51 381		-51 381
-36 381	=	-22 800x
÷ -22800		÷ -22800
1,6	=	x

Réponse : 1,6 h.

Fonction inverse :

Exemple 1 :

Jacques organise un spectacle pour son groupe de musique «Les Yukulala». La location de la salle et l'embauche du technicien lui coûtent 400 $. Son but n'étant pas de faire un profit, il souhaite fixer le prix d'entrée en fonction du nombre de billets qu'il pense vendre. Quel serait le prix d'entrée par personne si 28 personnes se présentent au spectacle? ① Inverse

② x : nb de personnes
y : prix/personne

③ Info
k : 400
couple : -

④ $y = \frac{400}{x}$

⑤ $y = \frac{400}{28}$

$y = 14{,}29$

Réponse : 14,29 $.

Exemple 2 :

Martin fait cuire un gros poulet pour ses invités. Le boucher lui a dit que pour 10 convives, chacun recevrait 126 grammes de poulet dans son assiette. À la dernière minute, Martin apprend que 4 autres personnes s'ajouteront au nombre prévu. Quelle quantité de poulet chacun des convives recevra-t-il alors dans son assiette? ① Inverse

② x : nb de convives
y : qté de poulet/convive

③ Info
k : –
couple : (10, 126)

④ $k = x \cdot y$
$= 10 \cdot 126$
$= 1260$
$\Big\}\ y = \frac{1260}{x}$

⑤ $y = \frac{1260}{14}$
$y = 90$

Réponse : 90 grammes.

Exemple 3 :

Une éducatrice de garderie donne toujours du jus à ses petits poux à la collation. Elle prépare toujours un pichet contenant 2,2 litres de jus qu'elle partage équitablement à chacun des enfants de son groupe. Dans cette situation, on s'intéresse à la quantité de jus par enfant selon le nombre d'enfants présents dans le groupe. Si chaque enfant reçoit 0,275 litres de jus cette journée-là, combien a-t-elle d'enfants dans son groupe? ① Inverse

② x : nb enfants
y : qté de jus/enfant

③ Info
k : 2,2
couple : –

④ $y = \frac{2,2}{x}$

⑤ $y = \frac{2,2}{x}$

$\frac{0,275}{1} = \frac{2,2}{x}$

$x \cdot 0,275 = 2,2 \cdot 1$

$0,275x = 2,2$
$\div 0,275 \quad \div 0,275$

$x = 8$

Réponse : 8 enfants.

Exercices

1) La température initiale de l'eau est de 10°C. Elle augmente de 2°C à chaque minute jusqu'au point d'ébullition. En combien de temps va-t-on atteindre le point d'ébullition (100°C) ?

Réponse : 45 minutes

2) Pour transporter les élèves d'une école secondaire à un parc d'attraction, la compagnie d'autobus Beau Voyage demande 250 $ pour le transport en autobus. Cette somme sera divisée entre le nombre d'élèves présents dans l'autobus.

Quelle somme d'argent les organisateurs de l'activité devront-ils demander à chaque élève, sachant qu'on peut faire monter un maximum de 46 élèves dans l'autobus, et que l'autobus est rempli ?

Réponse : 5,43 $/élève

3) Luc a ouvert un compte de banque et y a déposé un montant dès l'ouverture. Par la suite, Luc déposera un montant fixe à chaque semaine. Après 8 semaines, son compte en banque compte 320$. Après 52 semaines, il en contient 1420$.

a) Combien d'argent aura accumulé Luc dans 26 semaines?

Réponse : 770 $

b) Au bout de combien de semaines le solde du compte sera-t-il de 1045$?

Réponse : 37 semaines

4) Thomas gagne 12 $/h comme sauveteur dans une piscine municipale. Il ne reçoit aucun salaire de base.

a) Si Thomas a travaillé 20 heures cette semaine, combien d'argent a-t-il gagné?

Réponse : 240 $

d) Combien d'heures Thomas doit-il travailler pour gagner 270$?

Réponse : 22,5 heures

5) Pour l'anniversaire de Jean-Michel, sa mère achète une piñata qui contient 120 bonbons. La mère de Jean-Michel ne veut pas qu'il y ait plus de 10 enfants à la fête d'anniversaire de son fils et elle distribuera le même nombre de bonbons à chaque enfant présent.

a) De quel type fonction s'agit-il? Inverse.

b) Quelles sont les variables? x : nb d'enfants

y : nb de bonbons par enfant

c) Quelle est la règle permettant de trouver combien de bonbons chaque enfant recevra si on les partage équitablement ? $y = \frac{120}{x}$

d) Construis une table de valeurs permettant de savoir, selon le nombre d'enfants présents, combien de bonbons chacun recevra.

x: nb d'enfants	1	2	3	5	10
y: nb de bonbons par enfant	120	60	40	24	12

6) Une tortue peut avancer à une vitesse de 4 mètres par minute. Elle avait déjà parcouru 7 mètres lorsqu'on a activé le chronomètre.

a) Quelle distance la tortue parcourt-elle en 5,5 minutes ?

Réponse : 29 mètres

b) Combien faut-il de temps à une tortue pour parcourir 25 mètres ?

Réponse : 4,5 minutes

7) Une piscine qui contient 228 litres d'eau a un petit trou dans sa toile. Elle se vide de façon constante à un débit de 12 litres par minute. On considère la relation entre le nombre de litres restant dans la piscine selon le temps écoulé. Dans combien de temps la piscine sera-t-elle vide ?

Réponse : 19 minutes

8) Nathalie a beaucoup de difficulté à écrire un texte sans faire de fautes. Son professeur de français lui offre une technique révolutionnaire pour améliorer la qualité de son français écrit. Nathalie veut savoir si la technique est bonne. Elle décide de placer ses résultats dans un tableau.

Nombre de semaines	1	3	4	6
Nombre moyen de fautes	60	20	15	10

a) De quel type de fonction s'agit-il? Inverse

b) Quelle est la variable dépendante et la variable indépendante ?

x : nb de semaines
y : nb moyen de fautes

c) Quelle est l'équation de cette fonction?

Réponse : $y = \frac{60}{x}$

d) Nathalie aimerait savoir combien de fautes elle fera 12 semaines après le début de son apprentissage. Calcule ce nombre pour elle.

Réponse : 5 fautes

e) Après combien de semaines Nathalie ferait-elle, en moyenne, deux fautes par page?

Réponse : 30 semaines

9) La quantité d'énergie dépensée au saut à la corde varie directement en fonction de la durée de l'exercice. Lundi, Daniel a dépensé 200 kilojoules (kJ) d'énergie en sautant à la corde pendant 5 minutes. Mardi, Daniel a dépensé 600 kilojoules (kJ) d'énergie en sautant à la corde pendant 15 minutes.

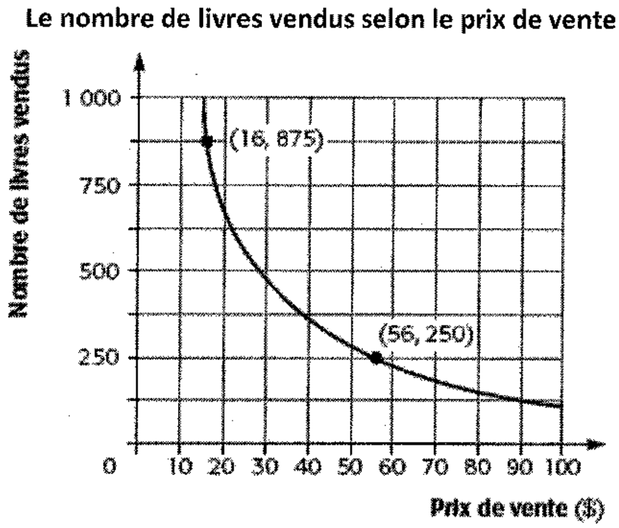
a) Quelle est la valeur de f(3,5) ?

Réponse : 140 kJ

b) Quelle est la valeur de f(x) = 320 ?

Réponse : 8 minutes

10) Monsieur Gougeon a écrit un premier roman qui sera publié sous peu. La relation entre x, le prix de vente unitaire d'un livre, et f(x), le nombre de livres que sa maison d'édition prévoit vendre, est représentée par une fonction de variation inverse. Voici le graphique de cette fonction.



a) Quel prix de vente unitaire la maison d'édition doit-elle fixer si elle veut vendre 500 livres ?

Réponse : 28 $

b) Combien de livres devra-t-elle vendre si le prix de vente est de 112$?

Réponse : 125 livres

11) Le coût facturé par un plombier contient un montant de base de 20$ pour le déplacement, plus un certain montant pour chaque heure travaillée. Mme Larose a engagé ce plombier pour des travaux d'une durée de 8 heures et elle a dû débourser 540$ au total.

a) Quel serait le coût total de la facture pour 2,5 heures de travail?

Réponse : 182,50 $

b) Si le coût total avait été de 312,50$, combien d'heures cela aurait-il pris?

Réponse : 4,5 heures

12) Le poids d'un objet est la force qu'exerce la gravité sur cet objet. On l'exprime en newtons (N). La table de valeurs ci-dessous indique le poids de quelques objets selon leur masse connue à la surface de la Terre.

Masse (kg)	5	10	15	20	25
Poids (N)	49	98	147	196	245

a) De quel type de fonction s'agit-il ? Affine

b) Quel est le poids d'un objet dont la masse est de 75 kg à la surface de la Terre ?

Réponse : 735 N

c) Quelle est la masse d'un objet dont le poids est de 539 N à la surface de la Terre ?

Réponse : 55 kg

13) Édouard possède 72 voitures télécommandées. Il veut les ranger dans des bacs en plaçant le même nombre de voitures par bac. On s'intéresse au nombre de voitures par bac selon le nombre de bacs disponibles.

a) Combien y a -t-il de bacs si l'on a placé 8 voitures par bac?

Réponse : 9 bacs

b) Combien y a-t-il de voitures par bac s'il y a 18 bacs disponibles?

Réponse : 4 voitures par bac

c) Construis une table de valeurs pouvant représenter cette situation.

x: nb de bacs	1	2	4	6	8
y: nb de voitures par bac	72	36	18	12	9

14) À son chalet, Gabrielle s'approvisionne en eau grâce à un récupérateur d'eau de pluie. Gabrielle consomme en moyenne 5,5 litres d'eau par jour. Après 8 jours passés au chalet, il reste 51 litres d'eau dans le réservoir.

a) Combien de litres d'eau le réservoir contenait-il lorsque Gabrielle est arrivée au chalet?

Réponse : 95 litres

b) Combien de litres d'eau seront contenus dans le réservoir 17 jours après l'arrivée de Gabrielle au chalet?

Réponse : 1,5 litres

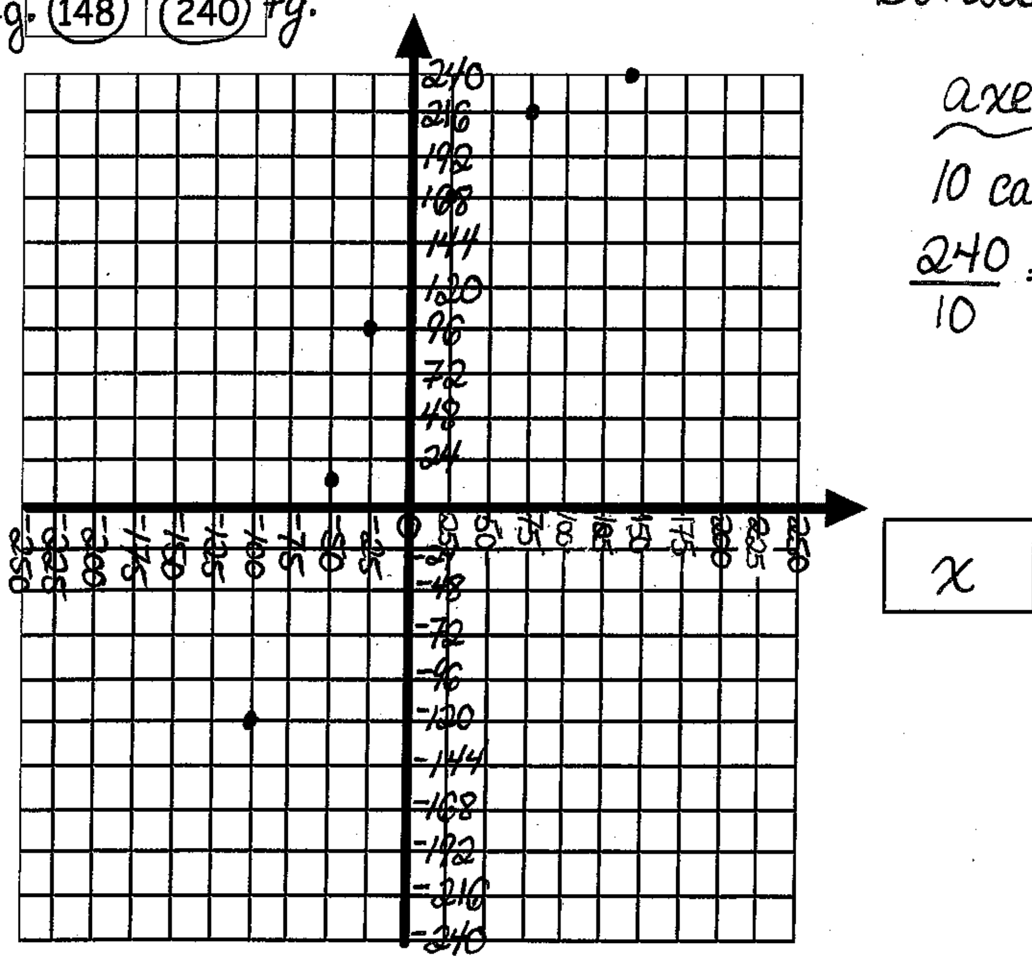
7. Graduer un plan cartésien.

<u>Pour chacun des axes :</u>

1) Compte le nombre de carreaux disponibles sur ton axe.
2) Détermine ta plus grande et ta plus petite valeur à placer dans ton graphique.
3) Choisir un bond constant approprié pour l'axe qui te permet de placer la plus grande et la plus petite valeur.

	x	y	
+p.	-100	-120	+p.
	-50	12	
	-25	96	
	25	168	
	75	216	
+g.	148	240	+g.

y



axe des x :

10 carreaux

$\frac{148}{10} = 14,8$ ↓

bonds de 15 au moins

*Mais + logique bonds de 25...

axe des y :

10 carreaux

$\frac{240}{10} = 24$ ↓

bonds de 24 au moins

*plus facile bonds de 25, mais + précis bonds de 24 selon colonne des y...

8. Tracer le graphique d'une fonction

Pour tracer le graphique d'une fonction, il suffit de suivre les 6 étapes suivantes :

1- Identifier le type de fonction

2- Identifier les variables

3- Déterminer l'équation associée au contexte

4- Construire une table de valeurs en incluant : point départ, point de la fin s'ils existent.

Affine	Inverse
3 points	4-5 points

5- Déterminer les graduations de l'axe des x et de l'axe des y du graphique selon les points de la table de valeurs.

6- Placer les points de la table de valeurs dans le graphique et tracer la fonction.

Fonction affine :

Situation : Albertine est une cuisinière hors pair. Elle fait du sucre à la crème délicieux. Pour réussir son sucre à la crème, elle sait qu'il doit augmenter de 4°C à chaque minute. Elle sait aussi que le sucre à la crème a une température de 16°C au départ et qu'il doit atteindre une température finale de 112°C. Trace le graphique représentant cette situation.

Étape 1 : Identifier les variables, les axes et donner un titre au graphique.

x : temps écoulé (minutes)

f(x) : température °C

Étape 2 : Trouver l'équation associée au contexte

L'équation est : $f(x) = 4x+16$

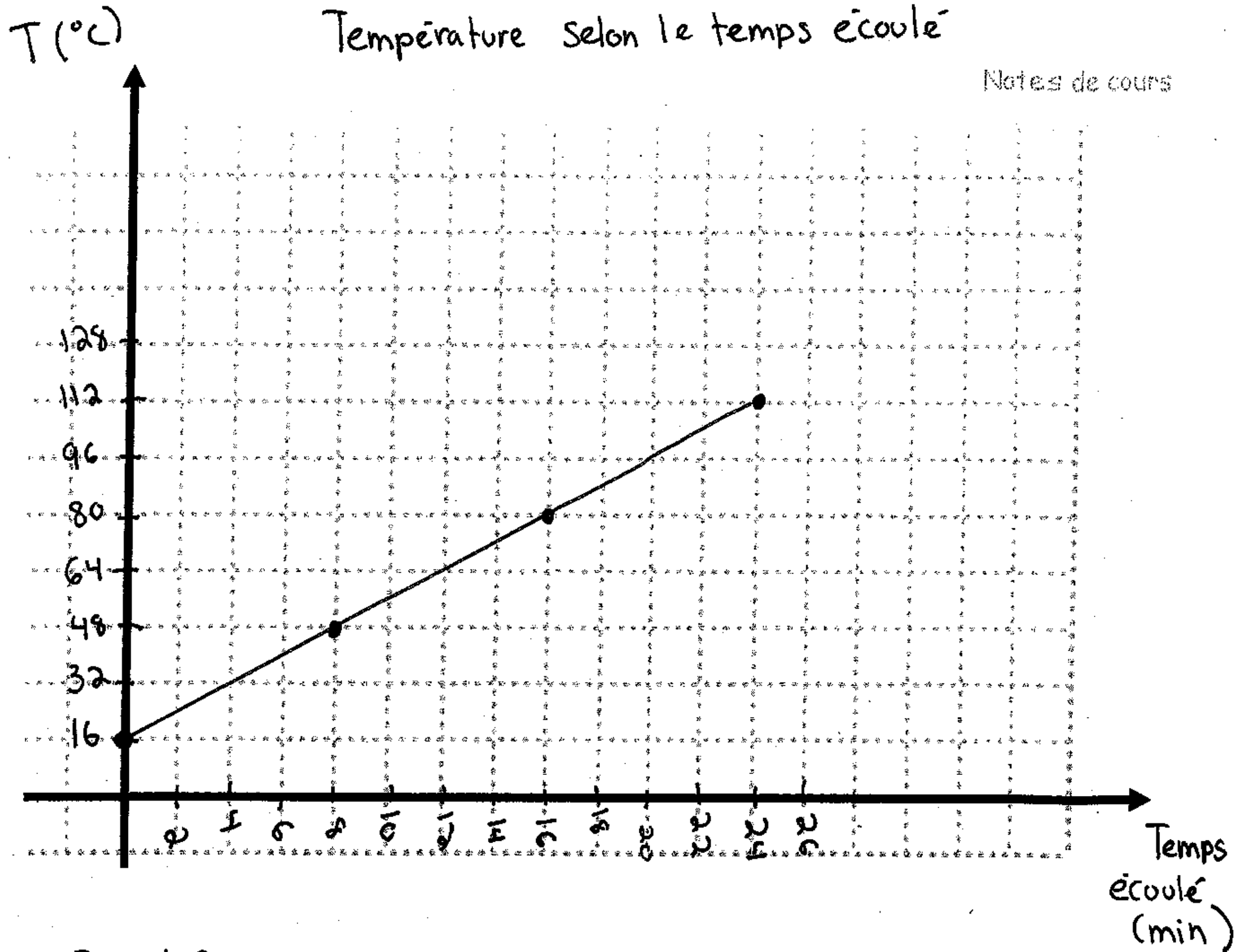
Étape 3 : Construire une table de valeurs en y insérant le point de départ et le point final du contexte si possible. Les autres valeurs de « x » sont choisies par l'élève en respectant le contexte.

$$f(x) = 4x + 16$$
$$112 = 4x + 16$$
$$-16 \qquad -16$$
$$96 = 4x$$
$$\div 4 \qquad \div 4$$
$$24 = x$$

temps écoulé x	température y	
0	16	=> début
8	48	
16	80	
24	112	=> fin

Étape 4 : Déterminer les graduations de l'axe des *x* et de l'axe des *y* du graphique selon les points de la table de valeurs. (voir rappel p 57)

Étape 5 : Placer les points (au moins 3) de la table de valeurs dans le graphique et tracer la droite.



Exemple 2 :

Un randonneur se situe sur le sommet du mont Rougemont à une altitude de 390 mètres. Il descend la montagne à une vitesse de 75 m/minute. Trace le graphique représentant l'altitude du randonneur selon le temps écoulé.

x: Temps écoulé (min)

f(x): Altitude (m)

$f(x) = -75x + 390$

$0 = -75x + 390$

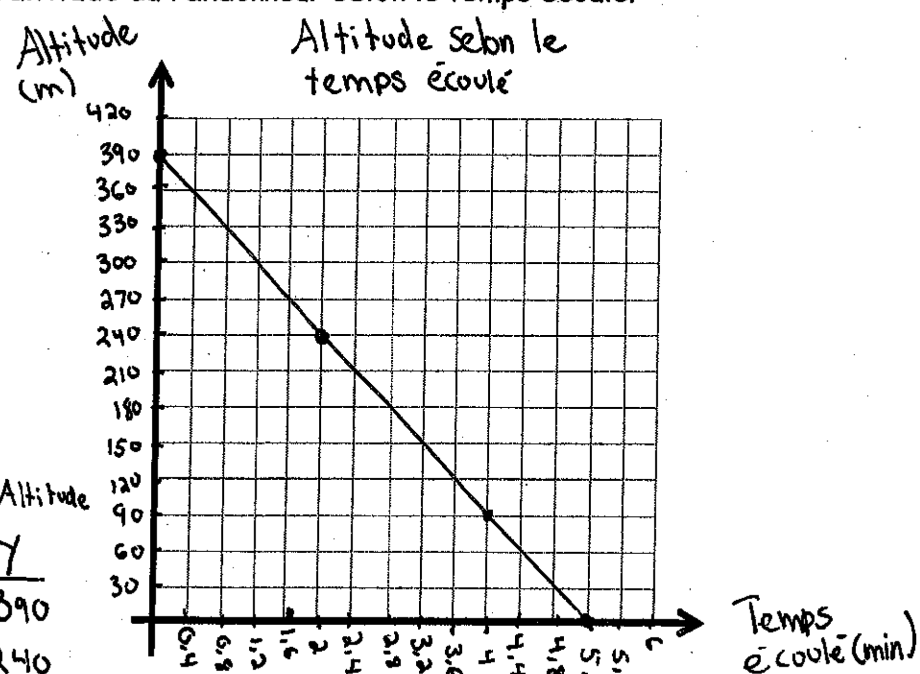
$-390 \qquad\qquad -390$

$-390 = -75x$

$\div -75 \qquad \div -75$

$5.2 = x$

	Temps X	Altitude Y
Début ⇒	0	390
	2	240
	4	90
fin ⇒	5.2	0



60

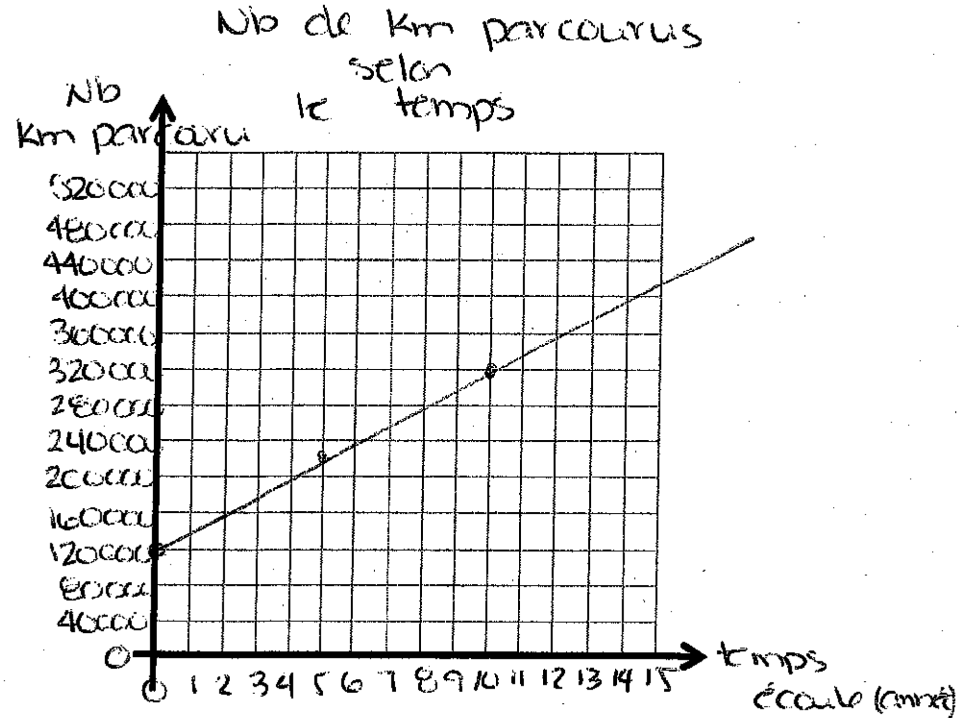
Exemple 3 :

Félix a enfin terminé ses cours de conduite. Il s'est donc acheté une auto usagée. Lors de l'achat, l'auto indiquait 120 000 km à l'odomètre. Félix prévoit faire 20 000 km par année avec son auto. Trace le graphique représentant le nombre de kilomètres de l'auto selon le temps écoulé.

x : temps écoulé
y : nb de km parcouru

$f(x) = 20\,000x + 120\,000$

x	y
0	120000 → début
5	220 000
10	320 000
⋮	⋮



Lorsqu'une situation ne comporte pas de fin officielle, le tracé dans le graphique doit __dépasser__ du quadrillé pour bien indiquer que la situation continue d'évoluer. Si on arrête le tracé à l'__intérieur__ du quadrillé, ça veut dire que la situation se __termine__ à l'endroit où le tracé prend fin.

Fonction inverse :

Situation : Muriel a réservé un chalet pour 10 personnes maximum. Le coût du chalet est de 1200$ pour la semaine. Muriel ne sait pas trop si tous ses amis viendront au chalet, mais elle aimerait avoir une idée du prix par personne en fonction du nombre de personnes qui viendront au chalet. Trace le graphique de cette situation.

Étape 1 : Identifier les variables, les axes et donner un titre au graphique.

x : nb personnes

f(x) : prix par personne

Étape 2 : Trouver l'équation associée au contexte

L'équation est : $f(x) = \frac{1200}{x}$

Étape 3 : Construire une table de valeurs en y insérant le point de départ et le point final du contexte si possible. Les autres valeurs de « x » sont choisies par l'élève en respectant le contexte.

① $f(x) = \frac{1200}{10} = 120$

② $f(x) = \frac{1200}{2} = 600$

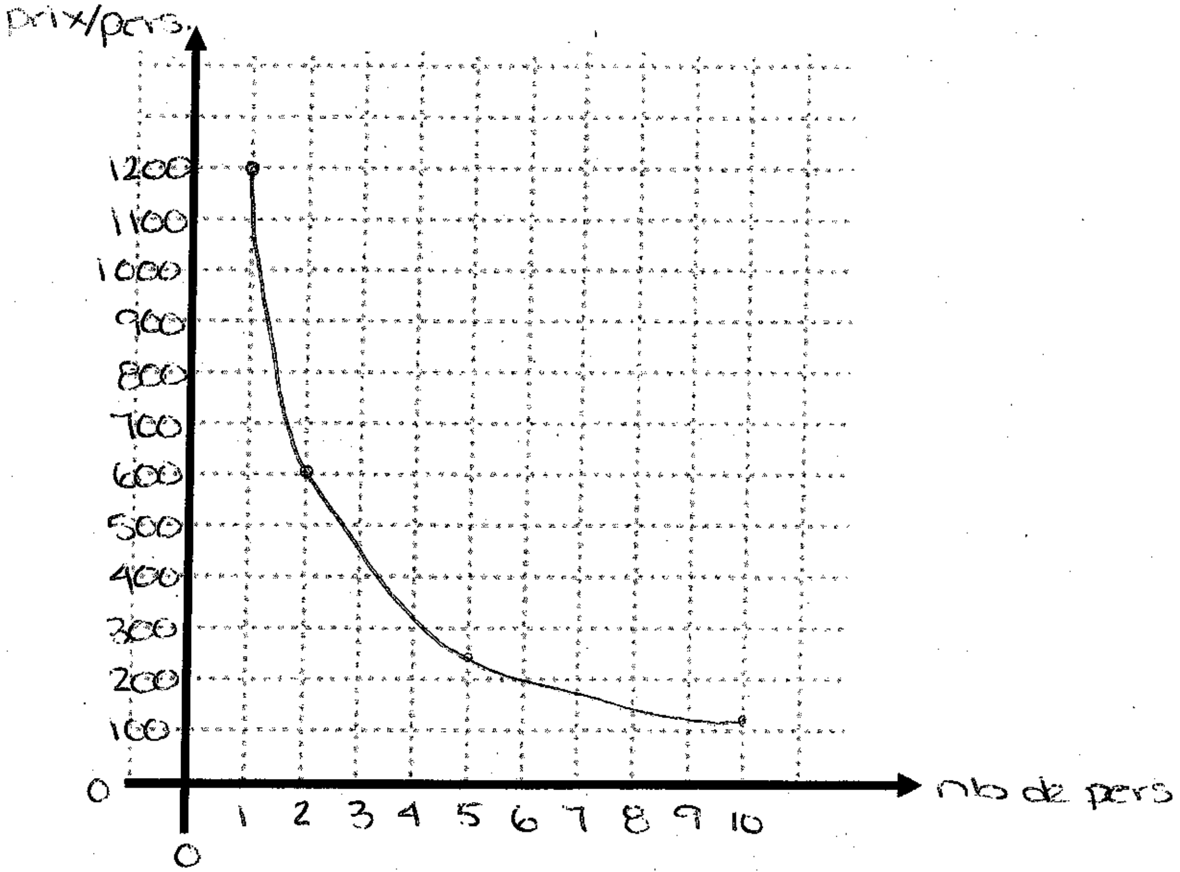
③ $f(x) = \frac{1200}{5} = 240$

nb pers. x	prix/pers. y	
1	1200	→ début
2	600	
5	240	
10	120	→ fin

Étape 4 : Déterminer les graduations de l'axe des *x* et de l'axe des *y* du graphique selon les points de la table de valeurs.

Étape 5 : Placer les points (au moins 4) de la table de valeurs dans le graphique et tracer la courbe.

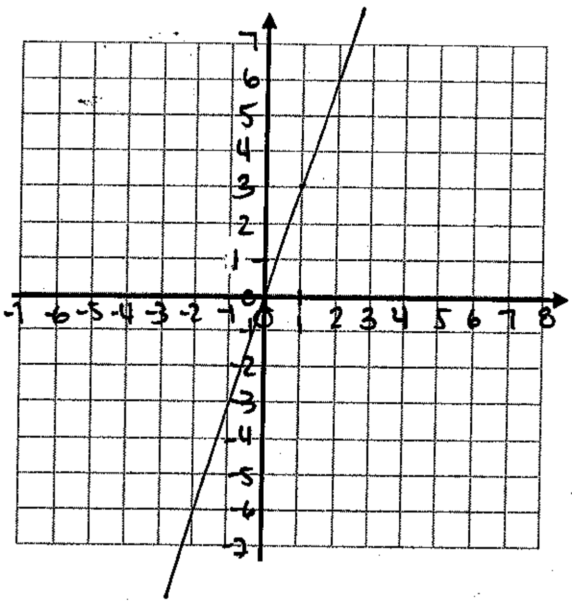
prix par personne selon
le nb de personnes.



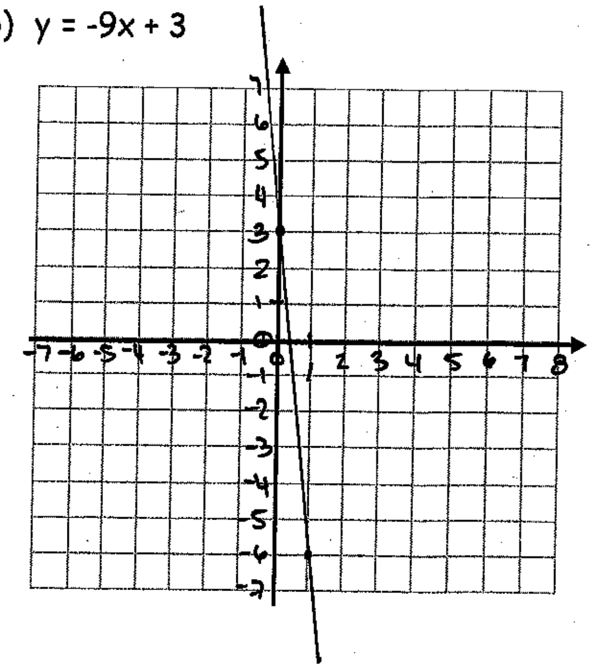
Exercices :

1) Trace le graphique représentant chacune des équations suivantes.

a) $y = 3x$

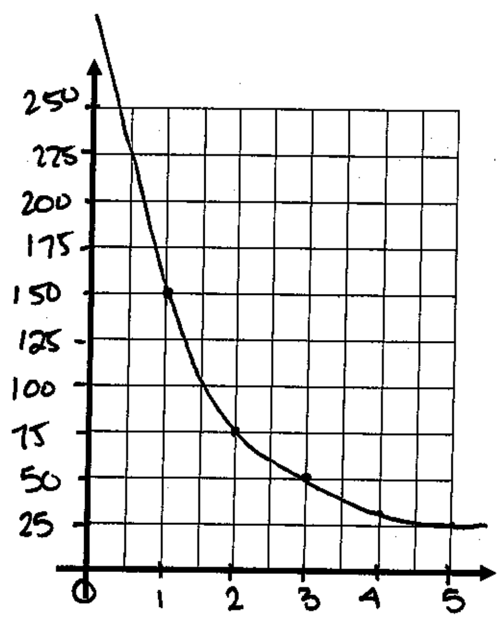


b) $y = -9x + 3$

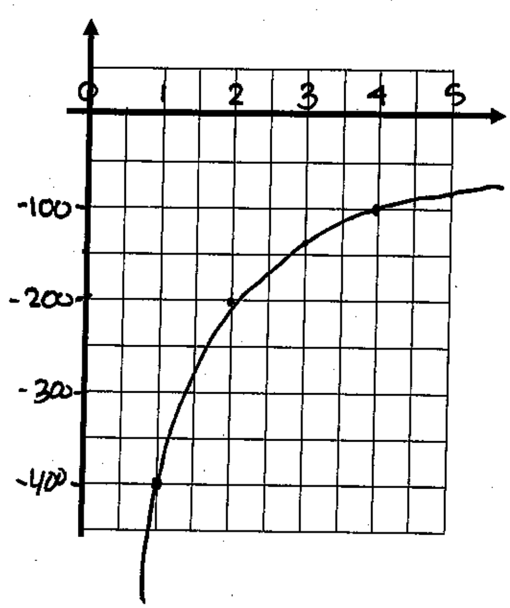


2) Trace le quadrant demandé du graphique associé à chacune des équations.

a) $g(x) = \frac{150}{x}$

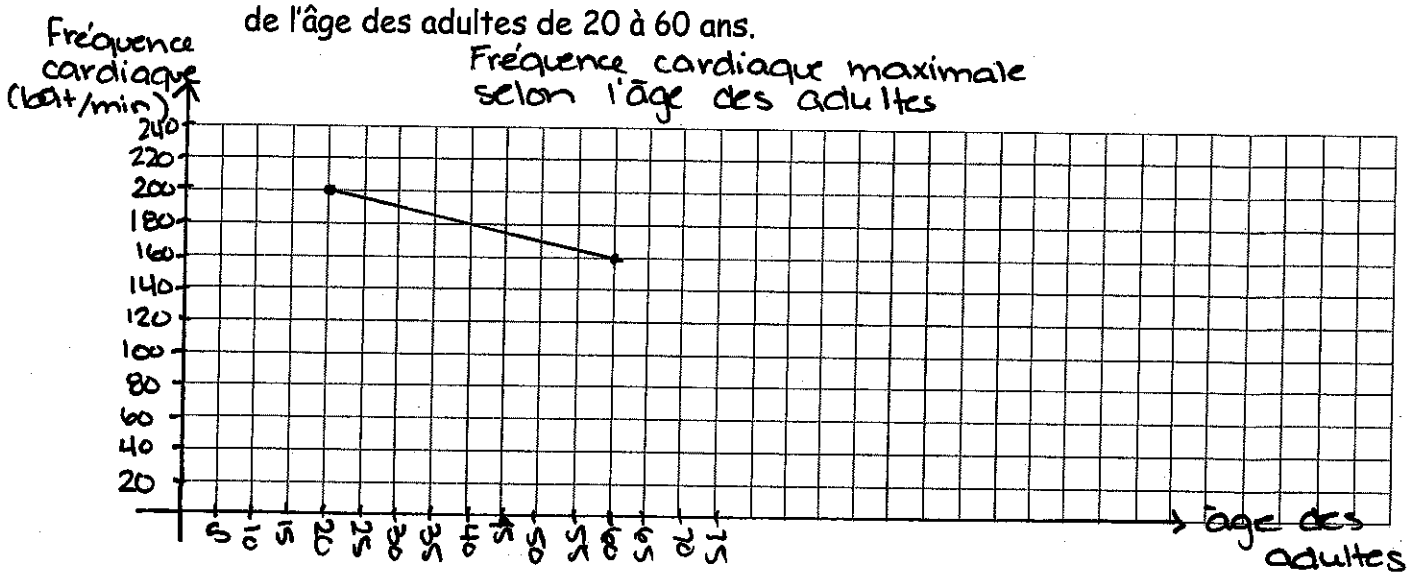


b) $f(x) = \frac{-400}{x}$



3) La fréquence cardiaque maximale d'une personne adulte se traduit par l'équation $y = 220 - x$, où x représente l'âge de la personne en années et y, le nombre de battements cardiaques par minute.

a) Représente graphiquement la fréquence cardiaque maximale en fonction de l'âge des adultes de 20 à 60 ans.



b) Quelle est la fréquence cardiaque maximale d'une personne de 34 ans ?

Réponse : 186 bpm

c) Quelle est la fréquence cardiaque maximale d'une personne de 65 ans ?

Réponse : 155 bpm

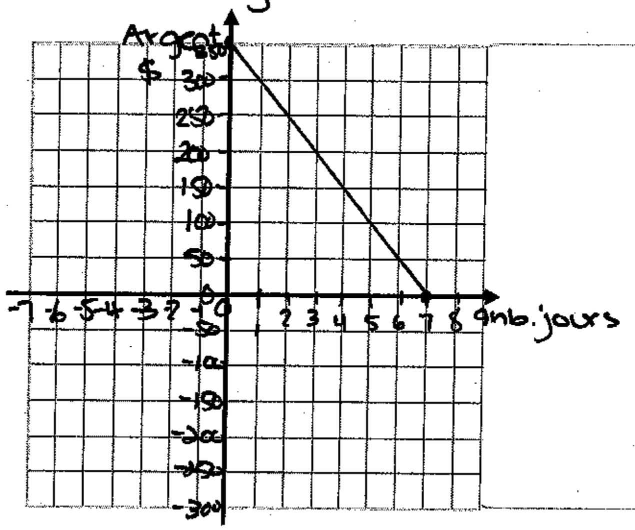
d) À quel âge la fréquence cardiaque maximale d'une personne est-elle de 178 battements par minute ?

Réponse : 42 ans

4) Représente les situations suivantes à l'aide d'une table de valeurs et d'un graphique.

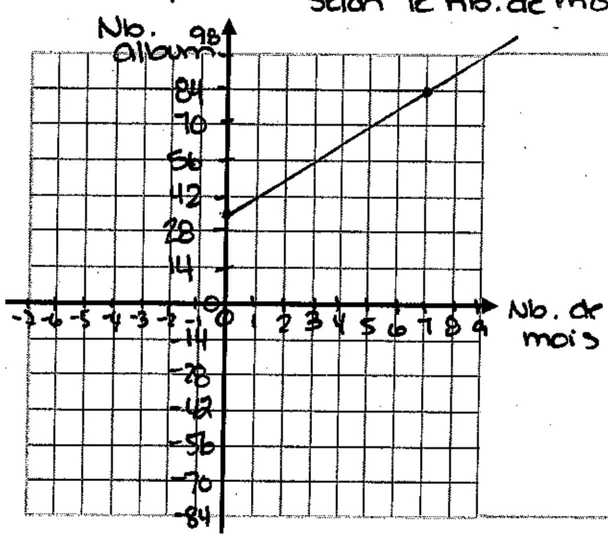
a) Au début du voyage, Kevin avait 350 $, mais il a dépensé 50 $ par jour.

Argent de Kevin selon le nb. de jours



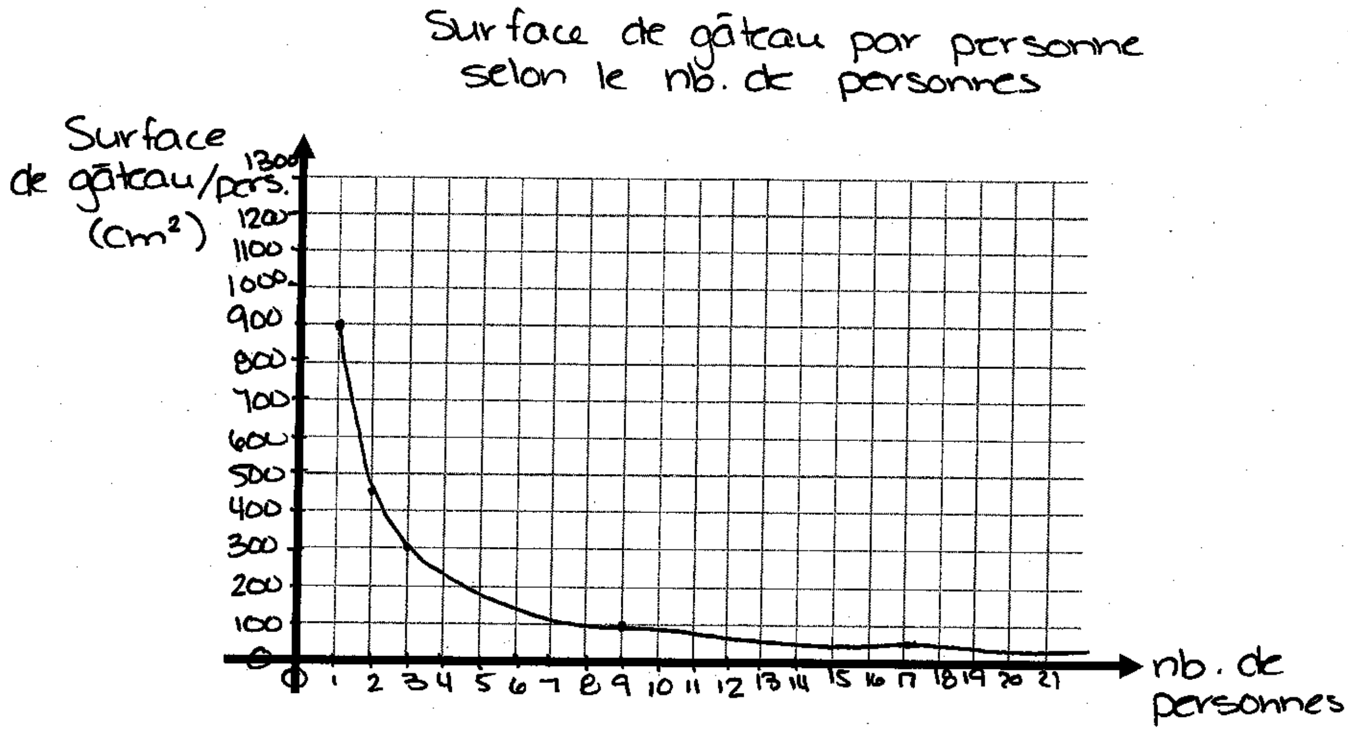
b) Sandra possède déjà 35 albums de bandes dessinées et elle en achète 7 par mois.

Nb. album de Sandra selon le nb. de mois



5) Dominique invite tous ses amis à célébrer son anniversaire. Un immense gâteau sera partagé entre tous les invités présents à la fête. Vu du dessus, le gâteau présente une surface de 900 cm^2.

a) Trace le graphique de la surface d'une part de gâteau en fonction du nombre d'invités.



b) Donne l'équation permettant de trouver la part de chaque invité.

Réponse : $f(x) = \frac{900}{x}$

c) Si un invité a reçu une part de gâteau ayant 36 cm^2 de surface, combien de personnes se trouvent à la fête?

Réponse : 25 personnes

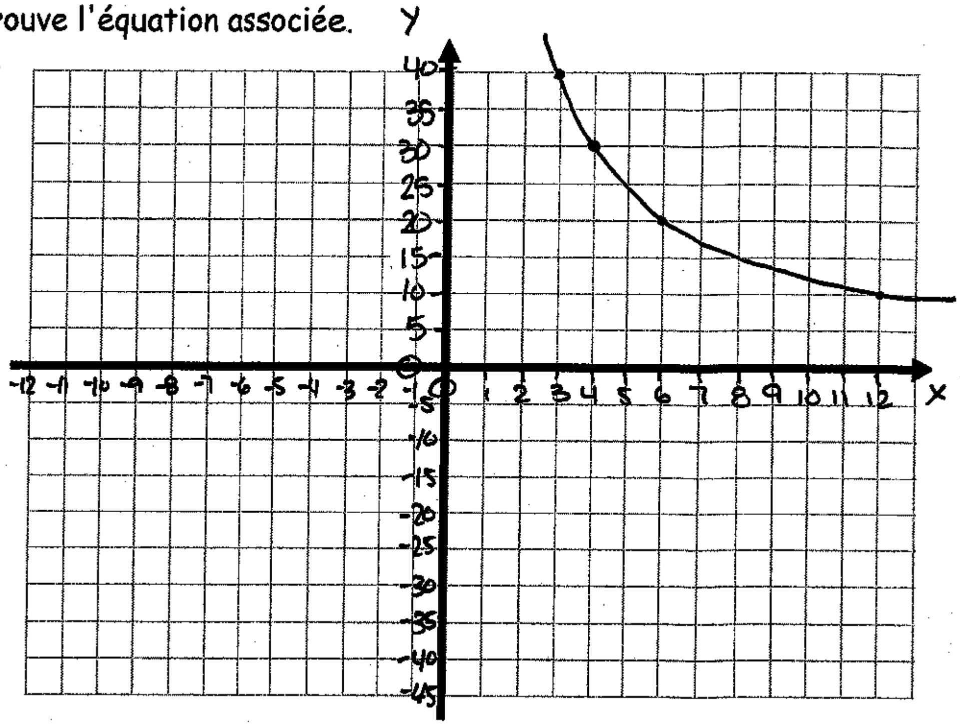
d) S'il y a 32 personnes, quelle sera la surface de la part de gâteau que recevra chaque invité ?

Réponse : 28,13 cm^2

6) Pour chacune des tables de valeurs suivantes, trace le graphique correspondant, détermine s'il s'agit d'une fonction linéaire ou d'une fonction inverse et trouve l'équation associée.

a)

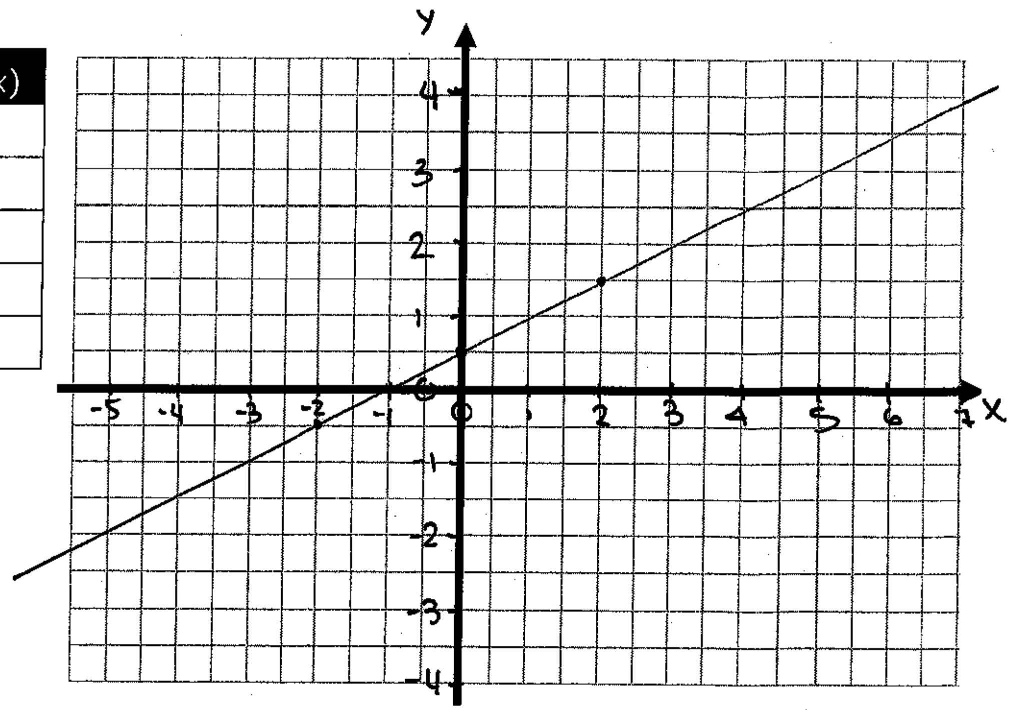
x	f(x)
3	40
4	30
5	24
6	20
10	12
12	10



Fonction : Inverse Équation: $f(x) = \frac{120}{x}$

b)

x	g(x)
-5	-2
3	2
5	3
7	4
11	6



Fonction : affine Équation: $g(x) = 0{,}5x + 0{,}5$

7) À partir de la règle suivante : $g(x) = 9 - 3x$,

a) Quelle est l'ordonné à l'origine ? 9

b) Quel est le taux de variation? -3

c) Construis une table de valeurs.

x	g(x)
1	6
2	3
3	0

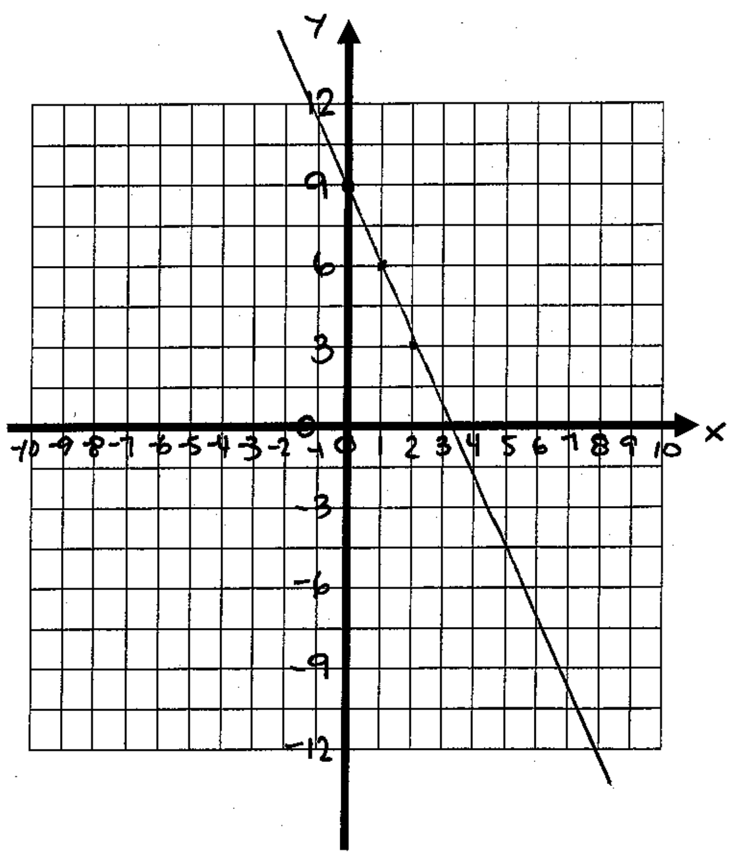
d) Quelle est la valeur de g(-17)?

60

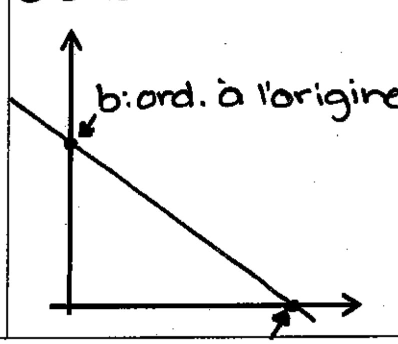
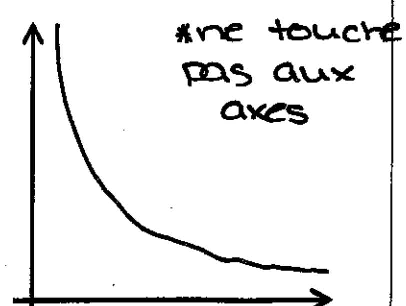
e) Quelle est la valeur de g(x) = 36?

-9

f) Trace le graphique de cette fonction.



8. Tableau récapitulatif des fonctions

Nom des fonctions	Affine	Inverse
Situation en texte	Situation où il y a une quantité (toujours la même) qui augmente ou diminue.	Situation où il y a une quantité à partager.
Table de valeurs « TEST »	Calculer le taux de variation 2 fois (avec des couples différents). Tu dois obtenir la même réponse, sinon ce n'est pas une fonction affine.	Calculer la constante « k » 2 fois (avec des couples différents). Tu dois obtenir la même réponse, sinon ce n'est pas une fonction inverse.
Calcul	Taux de variation $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$	Constante $k = x \cdot y$
Trouver l'équation	① $(\overset{x_1}{-4}, \overset{y_1}{7})$ et $(\overset{x_2}{6}, \overset{y_2}{-10})$ $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-10-7}{6-(-4)} = \frac{-17}{10} = -1.7$ $a = -1.7$ ② b : Remplacer le x et le y de l'équation par un couple connu $y = -1.7x + b$ $7 = -1.7 \cdot -4 + b$ $7 = 6.8 + b$ $-6.8 \quad -6.8$ $0.2 = b$ $f(x) = -1.7x + 0.2$	① $(\overset{x}{3}, \overset{y}{24})$ $k = x \cdot y$ $= 3 \cdot 24$ $= 72$ $f(x) = 72/x$
Équation	$f(x) = ax + b$	$f(x) = k/x$
Nom des paramètres	qté qui augmente ou diminue a : taux de variation b : ordonnée à l'origine valeur au début	k: constante qté à partager
Allure du graphique	Droite  b: ord. à l'origine	Courbe  *ne touche pas aux axes

abs. à l'origine
zéro de la fonction